Nachtrag zum Workshop 2024 Stefan Sotier 09/2026

Im Aprilheft der Physikzeitung: Physik Journal 25 (2026) Nr.4 erschien ein Artikel mit dem Titel „Quantenmechanik im Wackelkontakt“ von Axel Lorke, Professor an der Universität Duisburg-Essen. Dieser Artikel stellt eine interessante Erweiterung zum Workshop 2024 der Heisenberg Gesellschaft in Lautrach dar. Sie betrifft die Vorträge zu „Quantenphysik in der Schule“ und den dort von Stefan Sotier vorgetragenen Demonstrationsversuch „Quantisierte Elektrische Leitfähigkeit“

Axel Lorke

Quantenmechanik gilt oft als abstrakt und fern des Alltags. Doch sie steckt selbst in scheinbar banalen Phänomenen wie einem lockeren elektrischen Kontakt. Dieser Artikel zeigt, wie der quantisierte Leitwert mit einem einfachen Experiment sichtbar wird – sogar bei Zimmertemperatur und mit schulüblichen Mitteln. Anhand von Golddrähten, Oszilloskop und mit etwas Fingerspitzengefühl lässt sich ein zentrales Quantenphänomen anschaulich erklären und für den Unterricht nutzbar machen.

Das Jahr 2025 war ein doppeltes Jubiläum: Das Internationale Jahr der Quantenwissenschaften fand anlässlich der Formulierung der Quantenmechanik im Jahr 1925 statt. Weitere 100 Jahre früher, nämlich 1825, formulierte Georg Simon Ohm das nach ihm benannte Gesetz. Der elektrische Widerstand gehört zu den bekanntesten physikalischen Größen, und Netzwerke aus Widerständen sind in der Physikausbildung beliebte Untersuchungsgegenstände. Hier zeigt sich übrigens eine sprachliche Dopplung des Begriffs „Widerstand“ als physikalische Größe (engl. „resistance“) und als elektronisches Bauteil (engl. „resistor“).

Über 150 Jahre lag das Ohmsche Gesetz im Dornröschenschlaf, bis in den 1980er-Jahren bahnbrechende Experimente unsere Vorstellung davon infrage stellten, was Widerstand und Leitwert – also der Kehrwert des Widerstands – sind. Die Entdeckung des Quanten-Hall-Effekts, für die Klaus von Klitzing 1985 den Nobelpreis in

Abb. 1 Zwei Golddrähte, die sich zunächst berühren, werden auseinandergezogen (Inset). Kurz vor dem Abreißen des Kontakts bilden sich kurze Ketten aus einzelnen Goldatomen, wie das Analogexperiment mit Magnetkügelchen (Foto) illustriert.

Dieser ungestreute Elektronentransport wird als „ballistisch“ bezeichnet.

Für einen solchen eindimensionalen Draht folgt für den Leitwert G_{1d} bzw. den Widerstand R_{1d}

$$G_{1d} = \frac{2e^2}{h}; \quad R_{1d} = \frac{h}{2e^2} = 12{,}90640\ldots\ k\Omega\,.$$

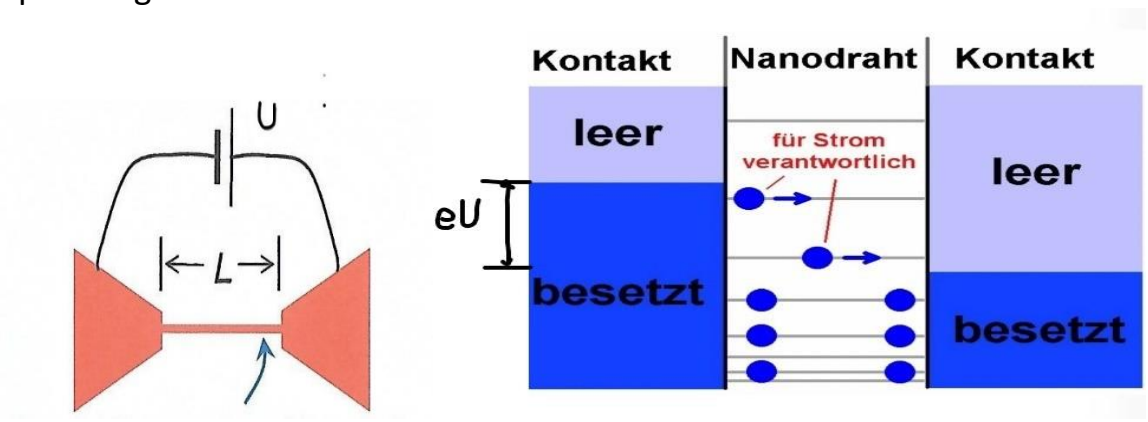
Neu ist etwa die Abschätzung des elektrischen Leitwertsquants nach A. Lorke mithilfe der **Heisenberg-Unschärferelation:**

Voraussetzungen:

1. Für den Nanodraht gilt das Modell freier Elektronen (1-dim FEM), die Elektronen besitzen nur kinetische Energie $E = \frac{1}{2}mv^2 = p^2/2m$;

2. In den Kontakten sind die Zustände bis zur Fermi Energie $E_F = (p_F)^2/2m$ besetzt (Pauli- Prinzip): jeder Energiezustand ist nur mit 2 Elektronen besetzt (Spin up und down). Die Näherung T= 0 K gilt bei Raumtemperatur, wenn

T « $T_F = E_F/k_B$, also etwa *300K « 10000K.* An den Kontakten liegt die Spannung U



Die kleine Länge L nennen wir z. B. Δx, zwischen den beiden Drähten liegt die Spannung U = ΔE/e, es fließt ein Strom I zwischen den Kontakten.

I = $n_e \cdot e \cdot v = (\frac{1}{\Delta x}) \cdot e \cdot v$ und U = ΔE/e, wobei ΔE = Δ(p²/2m) = 1/m (p·Δp) = v·Δp;

so ergibt sich formal G_0 = I /U = $\frac{e^2 \cdot v}{v \cdot (\Delta x \cdot \Delta p)} \approx$ e²/h nach Heisenberg;

Genauere Berechnung des 1 dim. elektrischen Leitwertsquants $G_0 = 2e^2/h$

Näherung T=0 K, sehr gute Näherung wenn T ≪ $T_F = E_F/k_B$

Aus der De Broglie Beziehung für Teilchen in einem 1-dimensionalen Kasten der Länge L folgt

$p_1 = \frac{h}{2L} \cdot 1$, $p_2 = \frac{h}{2L} \cdot 2$, $p_3 = \frac{h}{2L} \cdot 3$, ….. , $p_n = \frac{h}{2L} \cdot n$;

Der gesamte el. Strom I ist die Summe der Teilströme I_n

$I = \sum I_n = \sum e\, v_n/L = \sum \frac{e}{m}\frac{p_n}{L} = \frac{e}{mL}\sum p_n = \frac{e}{mL}\frac{h}{2L}\sum n =$

$\frac{eh}{2mL^2}\left[\frac{n_2\,(n_2-1)}{2} - \frac{n_1\,(n_1-1)}{2}\right] \approx \frac{eh}{4mL^2}\left[(n_2)^2 - (n_1)^2\right] =$

$\frac{eh}{4mL^2}\left(\frac{2L}{h}\right)^2\left[(p_2)^2 - (p_1)^2\right] = \frac{2e}{h}\left[(p_2)^2/2m - (p_1)^2/2m\right] =$

$\left(\frac{2e}{h}\right)[E_2 - E_1] = \frac{2e}{h}\left[(E_F + eU) - E_F\right] = \frac{2e^2}{h}$ U, und damit ist der Leitwert G_0 = I/U =2e²/h und R=1/G_0 =h/2e² =12,906…kΩ;

Zum gleichen Ergebnis gelangt man auch, wenn man den Strom über den Mittelwert $\bar{v}$ berechnet, so dass $I = \sum I_n$ = $\Sigma(e \cdot \bar{v} \cdot \frac{1}{L}) = e \cdot (n_2 - n_1) \cdot (p_2 + p_1)/2m \cdot L$, wobei $n_2 = \frac{2L}{h} \cdot p_2$ und $n_1 = \frac{2L}{h} \cdot p_1$; der Strom ist dann: $I = e \cdot (\frac{2L}{hL}) \cdot (\frac{p_2^2}{2m} - \frac{{p_1}^2}{2m}) =$ $= \frac{2e}{h}(E_F + eU - E_F) = (2e^2/h) \cdot U$; und $G_0 = \frac{I}{U} = 2e^2/h$.