Die Philosophie offener Quantensysteme

Stephan Hartmann

Munich Center for Mathematical Philosophy
Ludwig-Maximilians-Universität München

10. Workshop der Heisenberg-Gesellschaft:
Quantenphysik an der Schule

Schloss Lautrach, 14.07.2024

Motivation

- Quantenmechanische Systeme werden als geschlossene Systeme modelliert. Beispiel: Das Wasserstoff-Atom.
- Man löst dann z.B. die Schrödingergleichung

$$H|\psi(t)\rangle = \mathrm{i}|\dot{\psi}(t)\rangle$$

und findet, dass sich die Wellenfunktion unitär entwickelt:

$$|\psi(t)\rangle = \exp(\mathrm{i}Ht)|\psi(0)\rangle$$

- Die Diskussion um die Grundlagen der Quantenmechanik nimmt ebenfalls auf geschlossene Systeme Bezug. Beispiel: Das Messproblem
- Offene Systeme werden modelliert, in dem man sie in größere geschlossene Systeme einbettet (Beispiele: Laser, Quanteninformationstheorie).

Ziel

Dieser Vortrag stellt die Dinge auf den Kopf und untersucht einige philosophische Fragen im Zusammenhang mit offenen Quantensystemen.

Überblick

I. Offene und geschlossene Systeme

Geschlossene Systeme

- In der Physik gilt ein System als geschlossen, wenn es keine Energie, Materie, Wärme, Information oder etwas anderes mit seiner Umgebung austauscht.
- Geschlossene Systeme können dann gut mathematisch behandelt werden. Man kann Potentiale einführen, es gelten Erhaltungssätze etc.

Beispiele

1. Die Mechanik in den Formulierungen von Newton, Hamilton and Lagrange
2. Die Standard Quantenmechanik (Schrödingergleichung, Dirac Gleichung)

Idealisierungen

Wenn man ein System als ein geschlossenes System modelliert, dann macht man, streng genommen, falsche Annahmen.

Zwei Idealisierungen

1. Die Gravitation kann nicht abgeschirmt werden.
2. Verschränkung kann nicht abgeschirmt werden.

- Glücklicherweise ist die damit einhergehende Strategie, geschlossene System zu betrachten, in der Praxis sehr erfolgreich.
- Und doch folgt, streng genommen, dass bestenfalls das Universum als Ganzes ein geschlossenes System ist.
- **Frage:** Was bedeutet das für verschiedene Grundlagenfragen?

II. Grundlegende Konzepte

Die Liouville-von Neumann-Gleichung

- Wir betrachten die Schrödingergleichung für einen *reinen Quantenzustand* $|\psi\rangle$:
$$\mathrm{i}|\dot{\psi}\rangle = H\,|\psi\rangle$$
- Nun führen wir den Dichteoperator $\rho := |\psi\rangle\langle\psi|$ ein. Dann impliziert die Schrödinger-Gleichung die Liouville-von Neumann-Gleichung:
$$\dot{\rho} = -\mathrm{i}[H, \rho]$$
- Durch die Einführung des Superoperators $\mathcal{L}_u\rho := -\mathrm{i}[H, \rho]$ kann die Liouville-von Neumann-Gleichung auch in der Form

$$\dot{\rho} = \mathcal{L}_u\rho,$$

geschrieben werden, die der klassischen Liouville-Gleichung ähnelt. $\mathcal{L}_u$ regelt die unitäre Dynamik des Systems, das nun auch derart beschaffen sein kann, dass es nicht mehr durch eine Wellenfunktion beschrieben werden kann.

Gemischte Zustände

- Wir betrachten ein System, das sich mit einer Wahrscheinlichkeit $p_i \in (0, 1)$ im reinen Zustand $|\psi_i >$ befindet.
- Dieses System kann durch den Dichteoperator

$$\rho = \sum_i p_i |\psi_i\rangle\langle\psi_i|$$

beschrieben werden, wobei sich die p_i zu 1 summieren.

- Man beachte, dass dieser Zustand nicht durch eine Wellenfunktion ausgedrückt werden kann und es keine Schrödinger-Gleichung gibt, die die Dynamik des entsprechenden Systems beschreibt.

Gekoppelte Systeme

- Wir betrachten den verschränkten Zustand zweier Systeme $\mathcal{S}_1$ und $\mathcal{S}_2$:

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|1\rangle|1\rangle + |0\rangle|0\rangle\right)$$

mit den jeweils orthogonalen Zuständen $|1\rangle$ und $|0\rangle$.

- Der entsprechende Dichteoperator $\rho := |\Psi\rangle\langle\Psi|$ ist gegeben durch

$$\begin{aligned} \rho = \; & \tfrac{1}{2} \; \left(|1\rangle\langle 1| \otimes |1\rangle\langle 1| + |1\rangle\langle 0| \otimes |1\rangle\langle 0|\right. \\ + \; & \left.|0\rangle\langle 1| \otimes |0\rangle\langle 1| + |0\rangle\langle 0| \otimes |0\rangle\langle 0|\right) \end{aligned}$$

- Wir sind nur an $\mathcal{S}_1$ interessiert und nehmen an, dass wir nichts über den Zustand von $\mathcal{S}_2$ wissen. Entsprechend mitteln wir über die Werte von $\mathcal{S}_2$ ("partielle Spur") und erhalten den reduzierten Dichteoperator ρ_1 für das Teilsystem $\mathcal{S}_1$:

$$\begin{aligned} \rho_1 &= Tr_{\mathcal{S}_2} |\Psi\rangle\langle\Psi| \\ &= \frac{1}{2} \left(|1\rangle\langle 1| + |0\rangle\langle 0|\right) \end{aligned}$$

Ergebnis

- Der vorgestellte Formalismus nimmt geschlossene Systeme als Grundlage: $\mathcal{S}_1 + \mathcal{S}_2$ ist geschlossen, und das zusammengesetzte System wird durch eine Wellenfunktion beschrieben.
- Man leitet dann die effektive Dynamik des reduzierten Systems ab, wobei angenommen wird, dass wir den Zustand des zweiten Systems nicht kennen.
- Dieses System kann nicht durch eine Wellenfunktion bzw. einen gemischten Zustand ("eigentliche Mischung" oder "proper mixture") beschrieben werden ("uneigentliche Mischung" oder "improper mixture").

Ich will jetzt noch ein paar Begriffe einführen, die manchmal verwirrend verwendet werden.

Einige Begriffe

1. Das Zielsystem ist der Untersuchungsgegenstand.
2. Am nächsten am Zielsystem ist das (theoretische) Modell, das das Zielsystem für einen bestimmten epistemischen oder praktischen Zweck, wie z. B. Erklärung, Vorhersage oder Planung einer Maßnahme, repräsentiert.
3. Modelle werden in der Regel im Zusammenhang mit einer bestimmten wissenschaftlichen Theorie formuliert.
4. Die nichtrelativistische und die relativistische Quantentheorie haben viele Gemeinsamkeiten. Sie sind Teil eines übergeordneten Rahmens ("Frameworks").
5. Ein "View" hat zwei Komponenten: (i) er spezifiziert die methodologischen Voraussetzungen, mit denen wir die Objekte eines bestimmten Bereichs charakterisieren. (ii) er ist durch eine bestimmte metaphysische Position hinsichtlich der Natur dieser Objekte motiviert.

Wir sprechen später auch vom "Closed Systems View" und dem "Open Systems View".

III. Die Lindblad-Gleichung

Mastergleichungen in der Quantenoptik

- Merkmale offener Systeme wie Dissipation und Pumpen spielen eine entscheidende Rolle bei quantenoptischen Standardanwendungen wie Lasern und Resonanzfluoreszenz.
- Eine angemessene quantentheoretische Betrachtung dieser Vorgänge setzt voraus, dass die Umgebung quantenmechanisch modelliert wird.
- Es gibt erfolgreiche semiklassische Theorien (Fokker-Planck, Langevin, Wigner-Funktionen, P-Darstellung, ...), aber eine Darstellung, die auch für kleine Atomzahlen funktioniert, erfordert eine vollständige quantenmechanische Behandlung.
- Systeme dieser Art werden (typischerweise) durch eine markovsche Quantenmastergleichung beschrieben, die die Lindblad-Form hat.
- Ich skizziere zwei Herleitungen der Lindblad-Gleichung–eine ist "bottom up", die andere "top down".

Die “bottom up” Herleitung

Wir betrachten ein bestimmtes Quantensystem $\mathcal{S}$ (hier: für ein Zwei-Niveau- Atom), das an eine Umgebung $\mathcal{R}$ gekoppelt ist, und machen die folgenden Annahmen:

1. Der gesamte Hamiltonian ist gegeben durch $H = H_S + H_R + H_{SR}$.
2. Wir arbeiten im Wechselwirkungsbild.
3. $\mathcal{S}$ und $\mathcal{R}$ sind anfänglich unkorreliert und schwach gekoppelt (d.h. $\mathcal{S}$ beeinflusst den Zustand von $\mathcal{R}$ nicht).
4. Wir machen die Born-Markov-Näherung.

Dann spuren wir die Umgebung aus und erhalten die folgende Gleichung für den reduzierten Dichteoperator ρ, der die nicht-unitäre Dynamik beschreibt:

Die "bottom up" Herleitung

Die Lindblad-Gleichung für ein Zwei-Niveau-Atom

$$\begin{aligned}\dot{\rho} = \quad & - \quad \mathrm{i}\,[H, \rho] + \frac{B}{2}(1 - s)\,(\sigma_+\sigma_-\,\rho + \rho\,\sigma_+\sigma_- - 2\,\sigma_-\,\rho\,\sigma_+) \\ & - \quad \frac{B}{2}s\,(\sigma_-\sigma_+\,\rho + \rho\,\sigma_-\sigma_+ - 2\,\sigma_+\,\rho\,\sigma_-)\end{aligned}$$

mit den "Pauli-Matrizen" $\sigma_\pm$ als Hebungs- und Senkungsoperatoren und mit den Basiszuständen $|1\rangle = (1, 0)^T$ und $|0\rangle = (0, 1)^T$.

Bemerkungen

- Diese Gleichung ist ein Beispiel für die allgemeine Lindblad-Gleichung, die die folgende Form hat

$$\dot{\rho} = -\mathrm{i}\,[H, \rho] + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\Big([L_i\,\rho, L_i^\dagger] + [L_i, \rho\, L_i^\dagger]\Big)$$

  mit beschränkten Operatoren L_i.
- Eine ähnliche Gleichung kann mikroskopisch für das Strahlungsfeld abgeleitet werden (man ersetzt dann σ_- durch den Operator a usw.).
- Die Lindblad-Gleichung hat einen unitären und einen nicht-unitären Teil: $\dot{\rho}(t) = (\mathcal{L}_u + \mathcal{L}_{n-u})\rho(t)$.
- Dennoch gilt $Tr(\dot{\rho}) = 0$, was die Wahrscheinlichkeitserhaltung garantiert.
- **Beachte:** Die nicht-unitäre Dynamik ist effektiv und nicht fundamental. Die Herleitung geschieht im Rahmen des Closed Systems View.

Die “top down” Herleitung

- Diese Ableitung ist sehr allgemein und nimmt auf kein spezifisches System Bezug und geht auf Arbeiten von Lindblad (1976) und Gorini, Kossakowski und Sudarshan (1976) zurück.
- Wir suchen einen lineare Abbildung Λ mit $\rho(t) = \Lambda_t \rho(0)$ und $\Lambda_{t+s}\rho(0) = \Lambda_t \Lambda_s \rho(0)$ (“Markov Bedingung”).
- Die Abbildung soll weiterhin (i) positiv semi-definit sein und (ii) Spurerhaltend (“trace preserving”) sein, d.h. es sollte immer $Tr\rho = 1$ sein, was bedeutet, dass Messausgängen immer nicht-negative Wahrscheinlichkeiten zugeschrieben werden können, die sich zu 1 summieren.
- Schließlich sollte die Abbildung vollständige positiv (“completely positive”) sein, d.h. die Abbildung sollte auch dann positiv sein, wenn das System an ein unabhängiges, inertes und räumlich separiertes System beliebiger Dimension gekoppelt ist, mit dem es nicht interagiert.
- Dann folgt die Lindblad-Gleichung in der allgemeinen Form.

Diskussion

- Diese Herleitung ist sehr allgemein und bezieht sich nicht mehr auf ein bestimmtes physikalisches System.
- Welcher Superoperator verwendet wird, hängt von der jeweiligen physikalischen Anwendung ab, die betrachtet wird. Das kann nicht a priori bestimmt werden.
- Die Herleitung bezieht sich auch nicht auf die Umgebung des betrachteten Systems und beschreibt allein dessen Dynamik.
- Dieses System ist ein offenes System, was z.B. aus der Tatsache folgt, dass die Dynamik neben dem unitären Term durch einen nicht-unitären Term $\mathcal{L}_{n.u.}$) beschrieben wird.
- Die Herleitung geschieht im Rahmen des Open Systems View.

Diskussion

Für die weitere Debatte ist folgendes Theorem relevant:

Stinesprings Dliatationstheorem

Falls vollständige Positivität gilt, gibt es zu einem gegebenen ρ_S einen (bis auf unitäre Äquivalenz) eindeutigen reinen Zustand $\Psi_{\mathcal{S}+\mathcal{A}}$ eines größeren Systems $\mathcal{S}+\mathcal{A}$, dessen Dynamik unitär ist, und aus dem man die im Allgemeinen nicht-unitäre Dynamik von $\mathcal{S}$ ableiten kann.

- N.B.: Das System $\mathcal{A}$ wird auch als "Ancilla" Subsystem bezeichnet.
- Daraus folgt, dass das Verfahren zur "bottom up" Ableitung der effektiven Dynamik eines offenen Systems auf der Annahme der vollständigen Positivität beruht.
- Man spricht auch von der "church of the larger Hilbert space".
- Die entsprechende allgemeine Quantentheorie offener Systeme hat mehr Möglichkeiten wie die Standard-Theorie, die an das Prinzip der vollständigen Positivität gebunden ist.

IV. Philosophische Fragen

Open Systems View vs. Closed Systems View

1. Beim Closed Systems View werden Systeme als geschlossene Systeme modelliert und die zentrale theoretische Größe ist die Wellenfunktion ψ (ρ ist nur eine Rechengröße).
2. Beim Open Systems View werden Systeme als offene Systeme modelliert und die zentrale theoretische Größe ist der Dichteoperator ρ. (Die Wellenfunktion ψ kommt in der Ontologie der Theorie nicht vor).

- Aus pragmatischen Gründen bietet es sich oft an, im Rahmen des Closed Systems View zu arbeiten.
- Aber ist dieser auch fundamental? Sollte er entsprechend zur Grundlage philosophischer Diskussionen um die Quantenmechanik gewählt werden?

Einige Beobachtungen

- Alle physikalischen Systeme, außer vielleicht dem Universum als Ganzem, sind offene Systeme.
- Wenn wir Modelle testen, dann testen wir sie an offenen Systemen. Das heißt, dass sich der empirische Erfolg des Closed Systems View auf der Untersuchung offener Systeme gründet.
- Ebenso stehen in den verschiedenen Interpretationen der Quantenmechanik (Everett-Interpretation, Orthodoxe Interpretationen) offene Systeme im Mittelpunkt. (Mehr dazu in Cuffaro und Hartmann (2023) und in der längeren Version von Cuffaro und Hartmann (2024).)

Die Grenzen der Unitarität

- Einer der vielversprechenderen Ansätze zur Quantisierung der Gravitation ist der sogenannte Quantenbezugssystems-Ansatz ("quantum reference frames"), bei dem man die Zeit nicht als externen Parameter modelliert, sondern eine Referenz-Uhr als Quantensystem wie jedes andere behandelt.
- Doch obwohl man die Entwicklung eines gegebenen Systems relativ zu einer gegebenen Uhr unitär beschreiben kann, wird keine einzige solche Uhr bevorzugt, so dass die beschriebene unitäre Entwicklung je nach gewählter Referenz-Uhr unterschiedlich sein wird.
- Dies ist eindeutig nicht das einfache Bild eines isolierten Quantensystems, dem man objektiv einen bestimmten Zustandsvektor zuordnen kann, der sich unitär in der Zeit entwickelt.

Die Grenzen der Unitarität

Aber auch ohne in den Bereich der Quantengravitation zu gehen, könnte die vollständige Positivität verletzt sein und nicht-unitäre Dynamik entsprechend nicht-effektiv sein.

Vorläufige Schlussfolgerung

Der Open Systems View ist fundamental.

- Hier muss jedoch genauer diskutiert werden, was unter “fundamental” zu verstehen ist. (Siehe dazu Cuffaro und Hartmann (2024).)
- Und vielleicht, so mag man spekulieren, trägt auch die Unterscheidung zwischen offenen und geschlossenen Systemen nicht mehr.

Ist das Universum ein offenes System?

- Die auf den Friedman-Lemaitre-Robertson-Walker-Lösungen der Einsteinschen Feldgleichungen beruhenden Standardmodelle der Kosmologie beschreiben das Universum als geschlossenes System.
- Diese beruhen aber wiederum auf starken Idealisierungen, die nur dazu eingeführt wurden, um die entsprechende Mathematik zu vereinfachen.
- Besonders erwähnenswert ist hier der Skalenfaktor, der an sich keine physikalische Bedeutung hat.
- Daher gibt es Gründe zu hinterfragen, ob die Beschreibung des Universums als geschlossenes System wirklich zutreffend ist.

Ist das Universum ein offenes System?

- Das Universum hat zwar, per Definition, kein Außerhalb.
- Im Rahmen der allgemeinen Quantentheorie offener Systeme ist das aber auch nicht nötig.
- Das Universum könnte z.B. einen nicht-reinen Anfangszustand haben, der sich nicht-unitär in der Zeit entwickelt.
- Eine nicht unitäre Dynamik des Universums könnte zudem einen neuen Blick auf die Debatte um den Zeitpfeil werfen.
- Es mag interessant sein, diese Spekulationen weiterzuverfolgen.

V. Zusammenfassung

Zusammenfassung

- Alltägliche Systeme sind allesamt offene Systeme.
- Dazu gehören z.B. biologische, soziale und ökonomische Systeme.
- Dennoch stehen in der Physik geschlossene Systeme im Mittelpunkt.
- Das involviert die (in der Regel funktionierende) Idealisierung, dass die betreffenden Systeme gut isoliert werden können. Und wenn die Idealisierung nicht funktioniert, gibt es (konservative) Auswege.
- Entsprechend setzen viele Diskussionen um die Grundlagen der Physik, insbesondere um die Grundlagen der Quantenmechanik, voraus, dass geschlossene Systeme fundamental sind.
- Ich habe in diesem Vortrag vorgeschlagen, die Dinge auf den Kopf zu stellen und offene (Quanten-)Systeme in den Vordergrund zu stellen.
- Das wirft zahlreiche philosophische Fragen auf und könnte zu neuen wissenschaftlichen Erkenntnissen führen.

Bibliographie

1. Cuffaro, M. und S. Hartmann (2023). "The Open Systems View and the Everett Interpretation." *Quantum Reports* 2023, 5: 418–425.
2. Cuffaro, M. und S. Hartmann (2024). "The Open Systems View." *Philosophy of Physics* 2(1): 6, 1–27. Eine längere Version findet sich hier.
3. Cuffaro, M. und S. Hartmann (Hgg.) (in Vorbereitung). *Open Systems: Physics, Metaphysics, and Methodology.* Unter Vertrag bei Oxford University Press.
4. Lindblad, G. (1976). On the Generators of Quantum Dynamical Semigroups. *Communications in Mathematical Physics* 48 (2): 119.
5. Gorini, V., A. Kossakowski und E.C.G. Sudarshan (1976). Completely Positive Semigroups of N-Level Systems. *Journal of Mathematical Physics* 17 (5): 821.