

# Mit Wasserstoff zur Quantentheorie

Thomas Udem

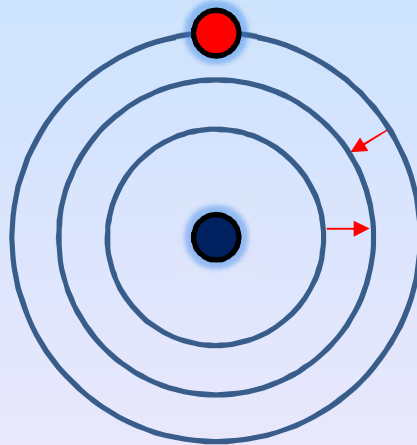
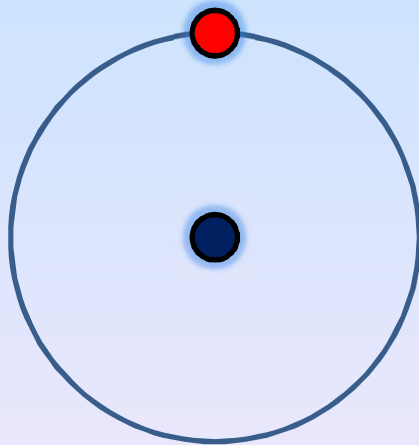
Max-Planck-Institut für Quantenoptik, Garching

# Klassische Mechanik

Gebundenes Elektron



Beschleunigte geladene Teilchen strahlen.



$$\frac{1}{\lambda} = \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \times \text{const}$$



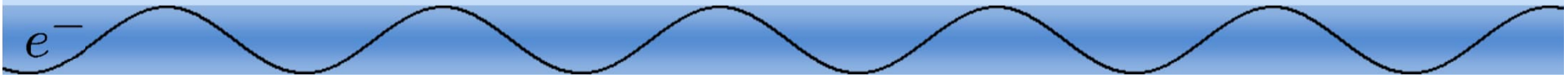
“Kepler-Atom” zerstrahlt innerhalb von picosekunden!



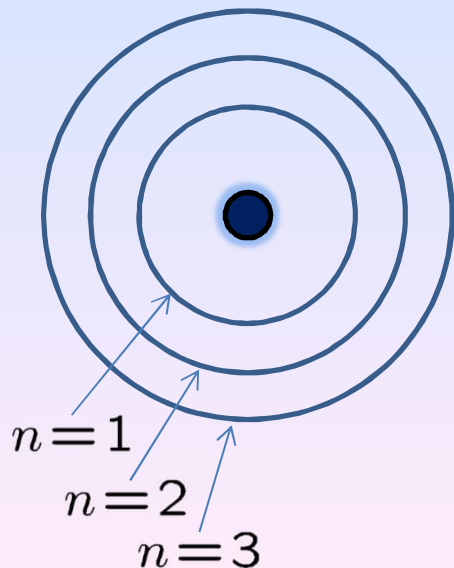
Klassische Mechanik: Keine quantisierte Umlaufbahnen.

# Quantenmechanik

Freie Bewegung eines Teilchens  $\lambda = \frac{h}{p}$



- ➔ Stehende Welle ist “statisch” im gewissen Sinne.
- ➔ Geladene gebundene Teilchen strahlen nicht.



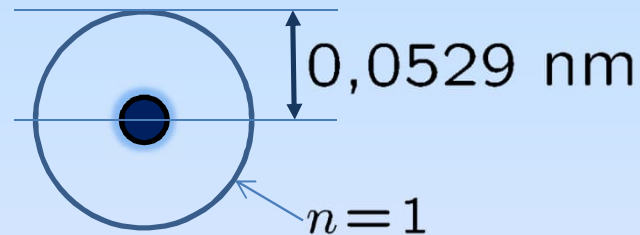
$$2\pi r = n\lambda$$

Bohr (1913), de Broglie (1923)

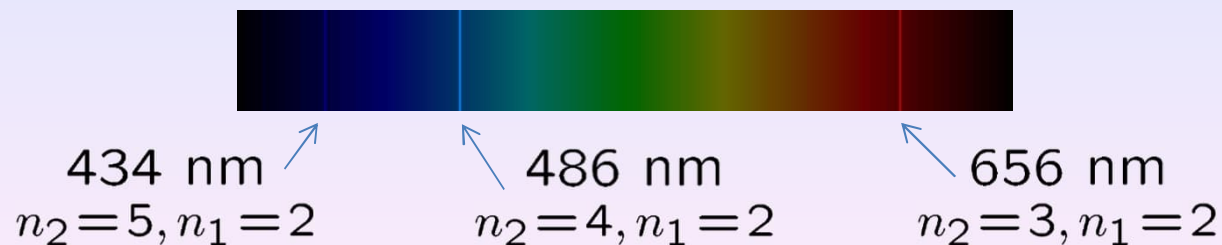
# Bohrsches Atommodell

Mit Hilfe der Bohrschen Quantenhypothese lassen sich einige Eigenschaften des Wasserstoffatoms berechnen:

➔ Radius:  $r = n^2 \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi e^2 m_e}$



➔ Wellenlängen:  $\frac{1}{\lambda} = \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \frac{e^4 m_e}{8 h^3 \epsilon_0^2 c}$



# Energie des Wasserstoffelektrons

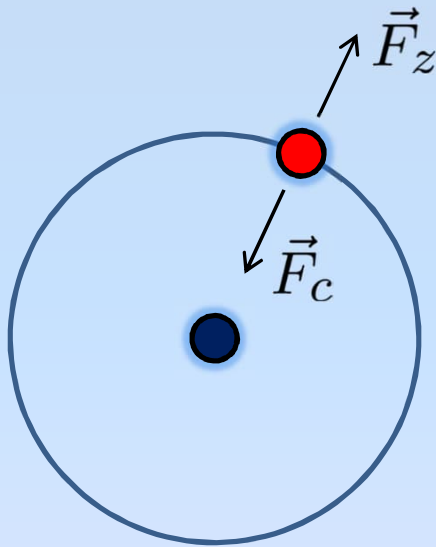
Die wichtigste Eigenschaft des Wasserstoffatoms ist die Energie seines Elektrons:

$$E = -\frac{1}{n^2} R_y$$

$$R_y = \frac{e^4 m_e}{8h^2 \epsilon_0^2} = \text{Rydbergkonstante}$$

# Herleitung

# "Kepler" Atom



Fliehkraft:  $\vec{F}_z = \frac{m_e v^2}{r}$

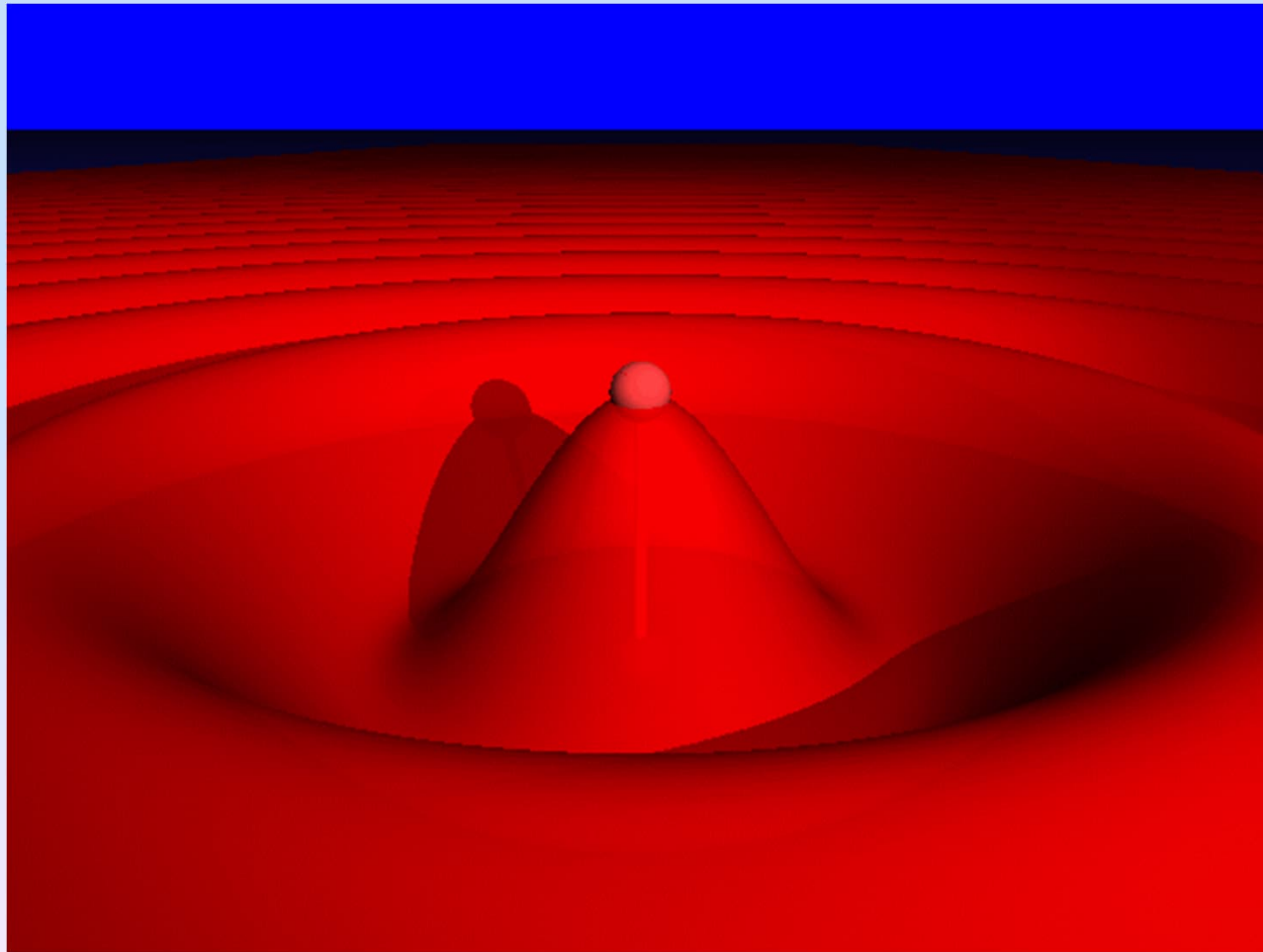
Coulomb Kraft:  $\vec{F}_c = \frac{1}{(4\pi\epsilon_0)} \frac{e^2}{r^2}$

$$\vec{F}_z \stackrel{!}{=} \vec{F}_c \Rightarrow$$

$$r = \frac{e^2}{(4\pi\epsilon_0)} \frac{1}{m_e v^2} \quad (1)$$

$$E = E_{kin} + E_{pot} = \frac{m_e v^2}{2} - \frac{1}{(4\pi\epsilon_0)} \frac{e^2}{r} = -\frac{e^2}{2(4\pi\epsilon_0)r} \quad (2)$$

# Hertz'scher Dipol



# Hertz'scher Dipol

$$P = \frac{\omega^4 d^2}{3(4\pi\epsilon_0)c^3} \quad (\text{z.B. aus Wikipedia})$$

$$= \frac{v^4 e^2}{3r^2(4\pi\epsilon_0)c^3} \quad (\text{mit } \omega = v/r \text{ und } d = er)$$

$$= \frac{e^6}{3r^4(4\pi\epsilon_0)^3 m_e^2 c^3} \quad (\text{mit (1)})$$

$$\stackrel{!}{=} -\dot{E}$$

$$= -\frac{e^2}{2(4\pi\epsilon_0)} \frac{\dot{r}}{r^2} \quad (\text{mit (2)})$$

$$\Rightarrow -\frac{2e^4}{3(4\pi\epsilon_0)^2 m_e^2 c^3} = \dot{r} r^2 = \frac{1}{3} \frac{dr^3}{dt} \Rightarrow r^3 = -\frac{2e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 m_e^2 c^3} t + r_0^3$$

# Lebensdauer der Atome

$$r^3 = -\frac{2e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 m_e^2 c^3} t + r_0^3 \quad \text{mit} \quad r^3(t_{end}) \stackrel{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow t_{end} = r_0^3 \frac{(4\pi\epsilon_0)^2 m_e^2 c^3}{2e^4} = 31 \text{ ps} \quad \text{für} \quad r_0 = 5 \times 10^{-11} \text{ m}$$

⇒ klassische Physik versagt komplett !

⇒ Lösung: "Wahrscheinlichkeitswellen"

# Lösung: Bohr und de Broglie

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad \text{Elektron mit } v = 1000 \text{ m/s: } \lambda = 727 \text{ nm}$$
$$\text{Katze (1 kg) mit } v = 10 \text{ m/s: } \lambda = 6,6 \times 10^{-26} \text{ nm}$$

$$\text{Zusatzbedingung zum "Kepler": } 2\pi r \stackrel{!}{=} n\lambda = n \frac{h}{m_e v}$$

$$\text{mit (1): } r = \frac{e^2}{(4\pi\epsilon_0)} \frac{1}{m_e v^2} = \frac{e^2 \pi m_e r^2}{\epsilon_0 n^2 h^2}$$

$$\Rightarrow r = n^2 \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi e^2 m_e} \quad \text{mit (2): } E = -\frac{1}{n^2} \frac{e^4 m_e}{8 h^2 \epsilon_0^2}$$

Bohr Radius

Rydberg Konstante

# Interpretation

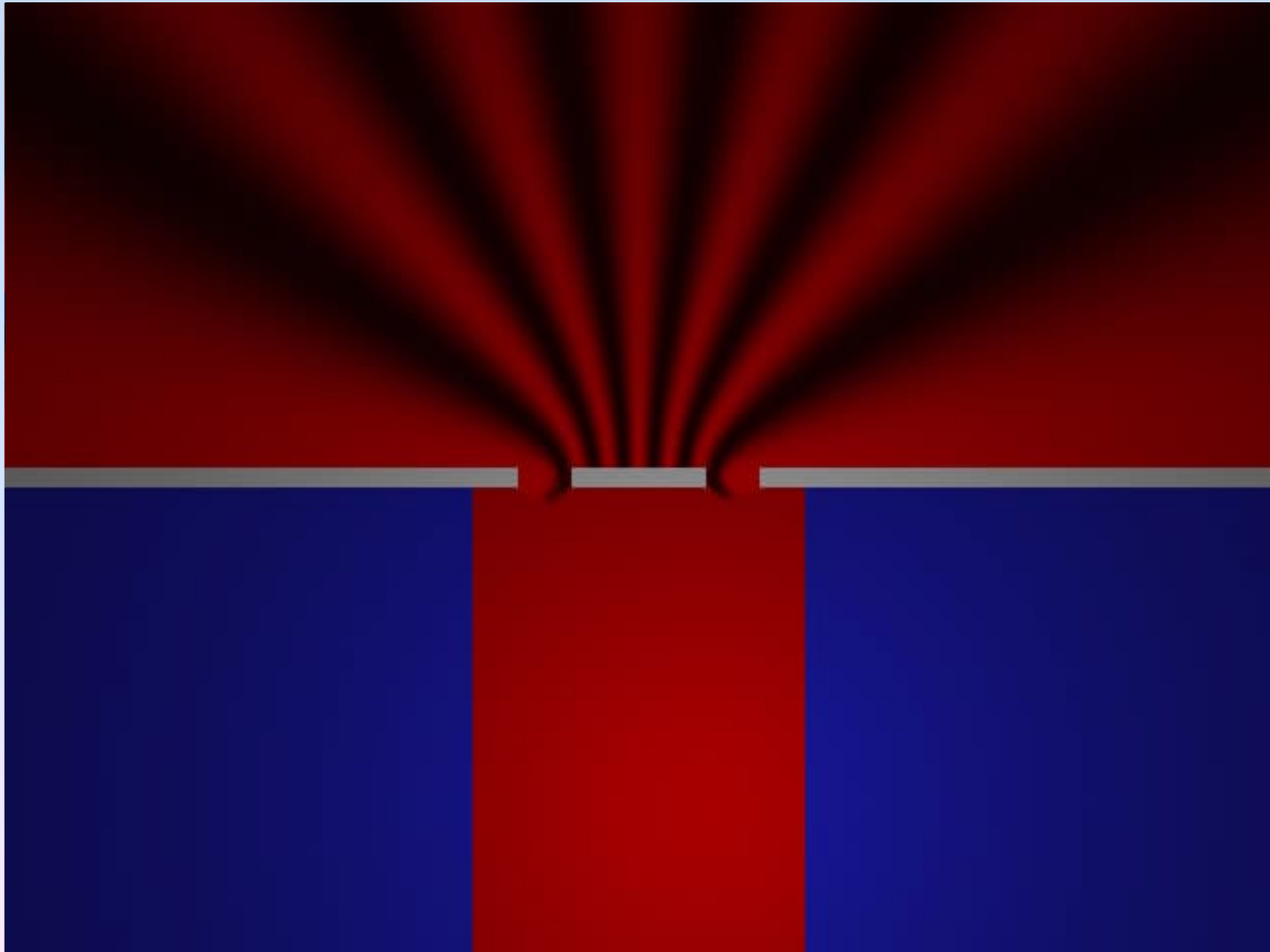
# Was bedeutet das Alles?

- + Beste mathematische Naturbeschreibung bislang.
- + Anwendbar auf die gesamte Physik außer Gravitation.
- + Viele Phänomene werden ohne nicht korrekt beschrieben.
- + Gleichungen und Rechnungen präzise und eindeutig.
- + Einzige Theorie die den Messprozess selbst mit beschreibt.
- + Die Quantentheorie erlaubt eine nie dagewesene Präzision der mathematischen Naturbeschreibung.
- + Auch nach 100 Jahren keine bekannten Widersprüche zu Beobachtungen.

# Was bedeutet das Alles?

- Schwer in sinnvoll klingende Worte zu fassen.
- Diffuses Bild:
  - Teilchen bewegt sich / bewegt sich nicht.
  - Wo ist das Teilchen in der Welle?
- Mehrere Interpretationen möglich.
- Unklar was die Physikalische Größe der Wellenfunktion ist.
- Das Vakuum ist ein komplexes Gebilde.
- Erlaubt Zufall und Unbestimmtheit.

# Interferenz



# Einzelne Photonen interferieren !



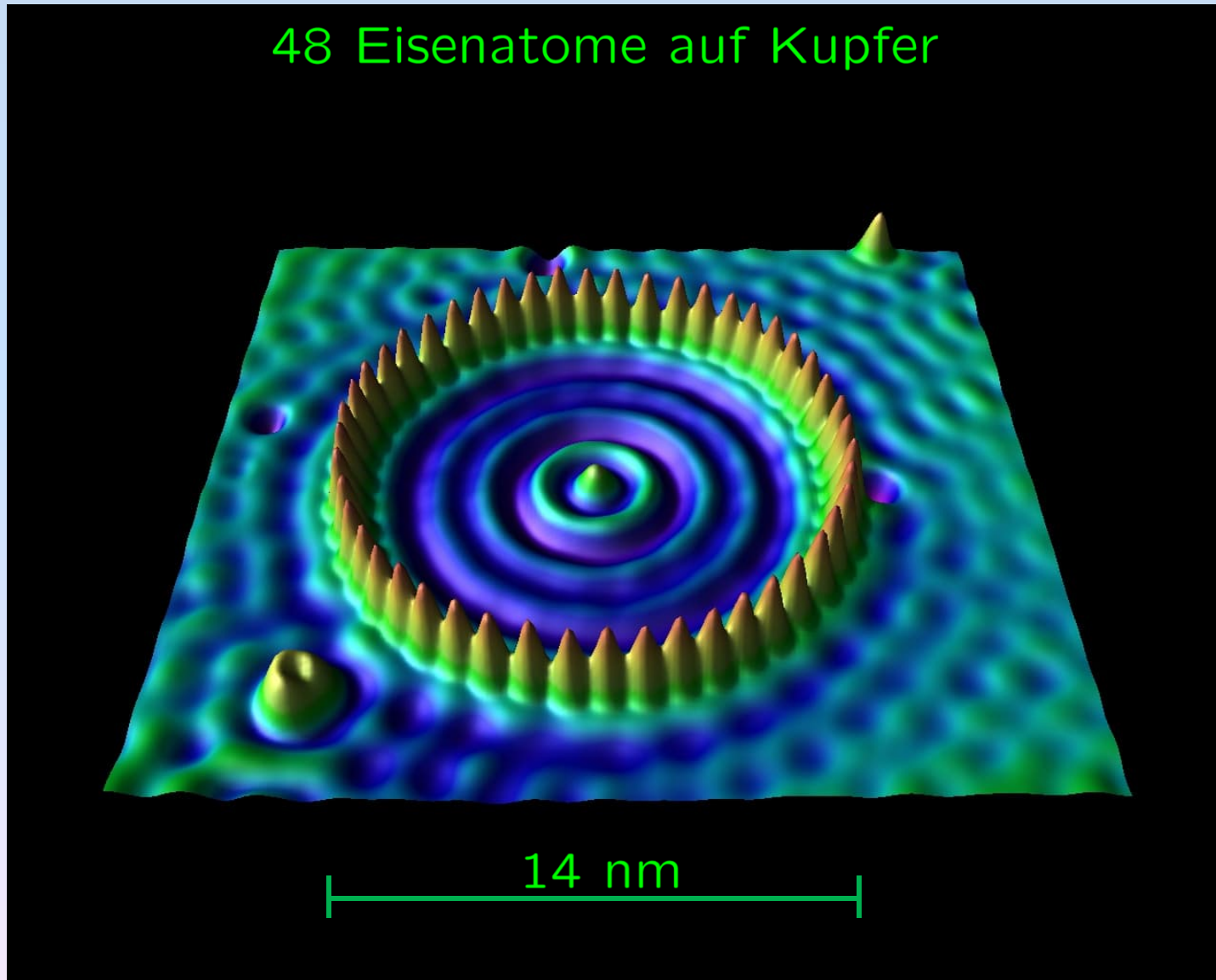
# Einzelne Elektronen auch !



<http://www.hitachi.com/rd/portal/research/em/doubleslit.html>

# Und sogar Atome !

48 Eisenatome auf Kupfer



Donald Eigler, IBM Almaden Research Center, USA

# Klassische Physik vs Quanten Physik

Teilchen bekommen Wellencharakter.

Wellen bekommen Teilchencharakter.

⇒ “Welle–Teilchen–Dualismus” .

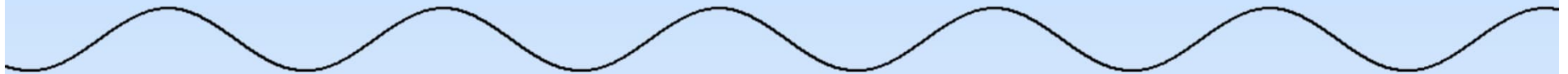
$$\text{Impuls} \leftrightarrow \text{Wellenlänge: } \lambda = \frac{h}{p}$$

$$\text{Energie} \leftrightarrow \text{Frequenz: } \nu = \frac{h}{E}$$

$$\Rightarrow \text{Schrödinger Gleichung: } E = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow \nu = \frac{\lambda^2}{2m_e h}$$

# Der Messprozess

Welle solange man nicht hinschaut; Teilchen wenn man es tut:



Impuls  $p \rightarrow$

Impulsunschärfe  $\Delta p = 0$

Ortsunschärfe  $\Delta x = \infty$

# Der Messprozess



$$\leftarrow p \rightarrow$$

Ortsunschärfe  $\Delta x = 0$

# Heisenbergsche Unschärferelation

$$\Delta p \Delta x \geq h$$

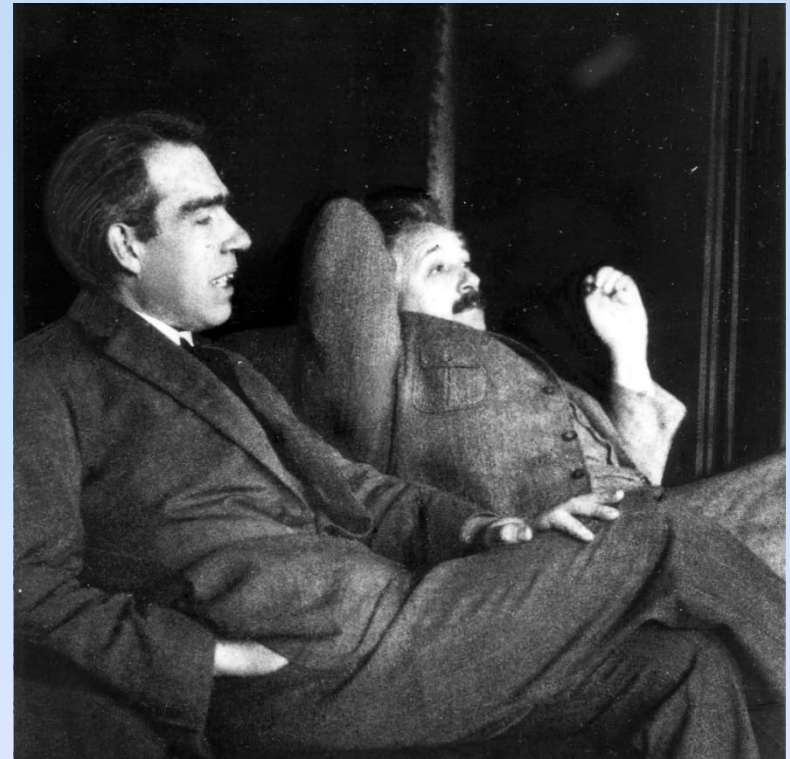
# Zusammenfassung bis hier

Durch eine einfache (aber abstrakte) Hypothese ergeben sich erstaunlich viele physikalische Fakten die klassisch nicht zu verstehen sind:

- + Die Stabilität (Existenz) der Atome.
- + Deren Linienspektrum, für H sogar quantitativ!
- + Der (Bohr-)Radius des Wasserstoffatoms.
- + Die Heisenberg'sche Unschärferelation, sogar anschaulich.
- + Die Schrödingergleichung in einer speziellen Form.

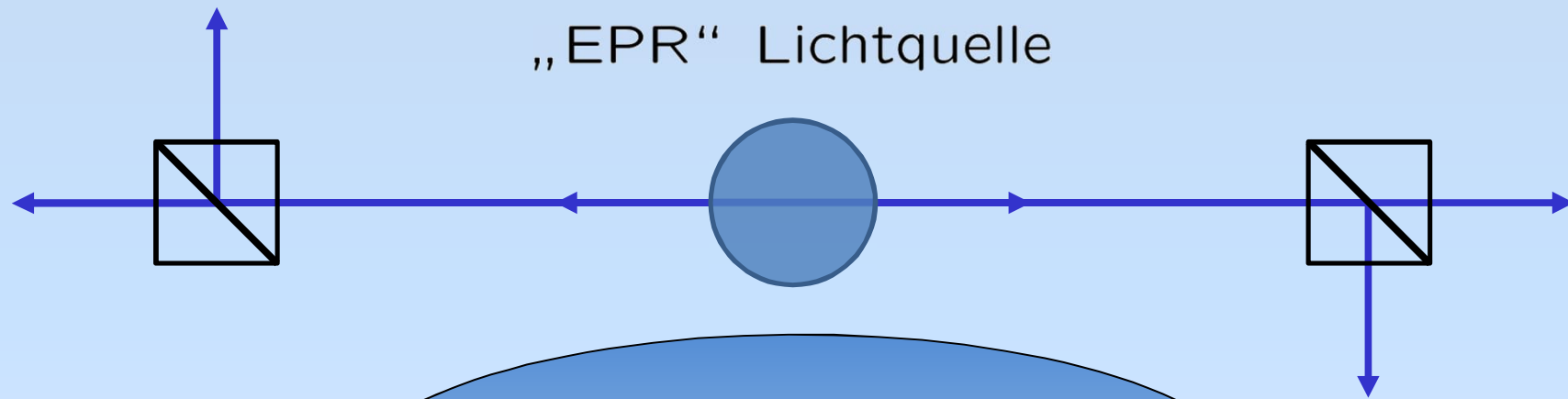
# Bohr-Einstein-Debatte (1927/1930)

Einstein: „Gott würfelt nicht“



Bohr vs Einstein 2:0

# Einstein-Podolsky-Rosen (1935)

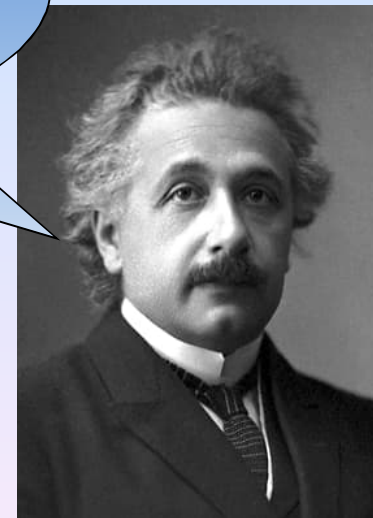


„spukhafte Fernwirkung“



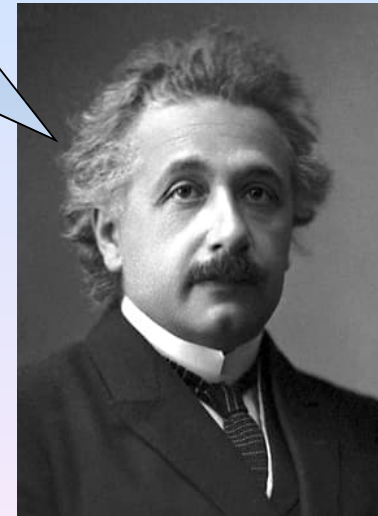
John Bell, 1964

Bell vs Einstein 1:0



# Wahrscheinlichkeiten/Zufall

„Die Quantenmechanik ist sehr Achtung gebietend. Aber eine innere Stimme sagt mir, dass das doch nicht der wahre Jakob ist.“



# Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit

