Von fürstlichen Füßen zu universellen Quantenmaßen

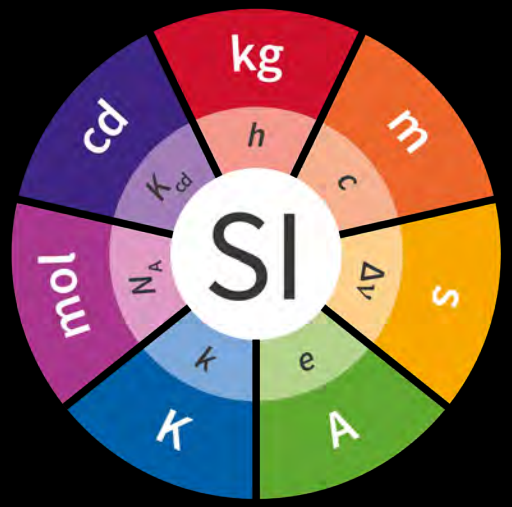
Paradigmenwechsel im Einheitensystem

Jens Simon
Physikalisch-Technische Bundesanstalt

14. Juli 2019, Schloss Lautrach, 6. Workshop der Heisenberg-Gesellschaft

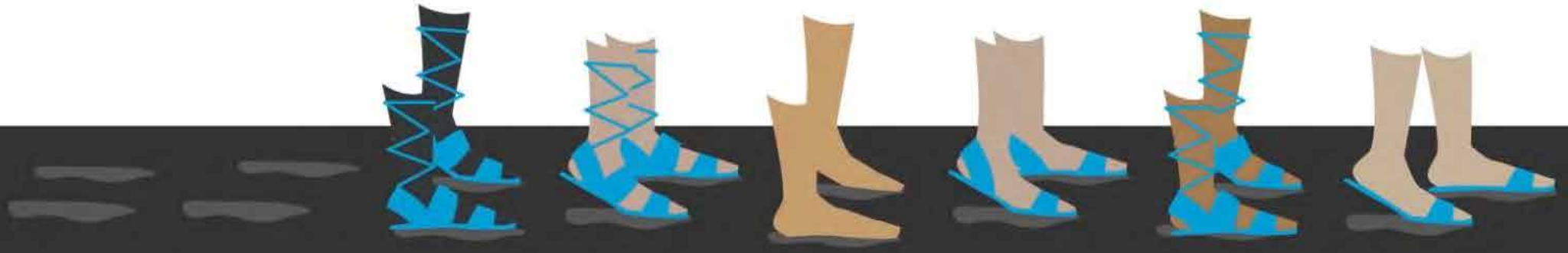
s
m
kg
A
K
mol
cd

20. Mai 2019



$\Delta\nu$
c
h
e
k
N_A
K_{cd}

Die Welt mit Füßen vermessen – so fing es an.
Und wer bestimmte, was ein Fuß, eine Elle oder ein Daumen sein sollte?



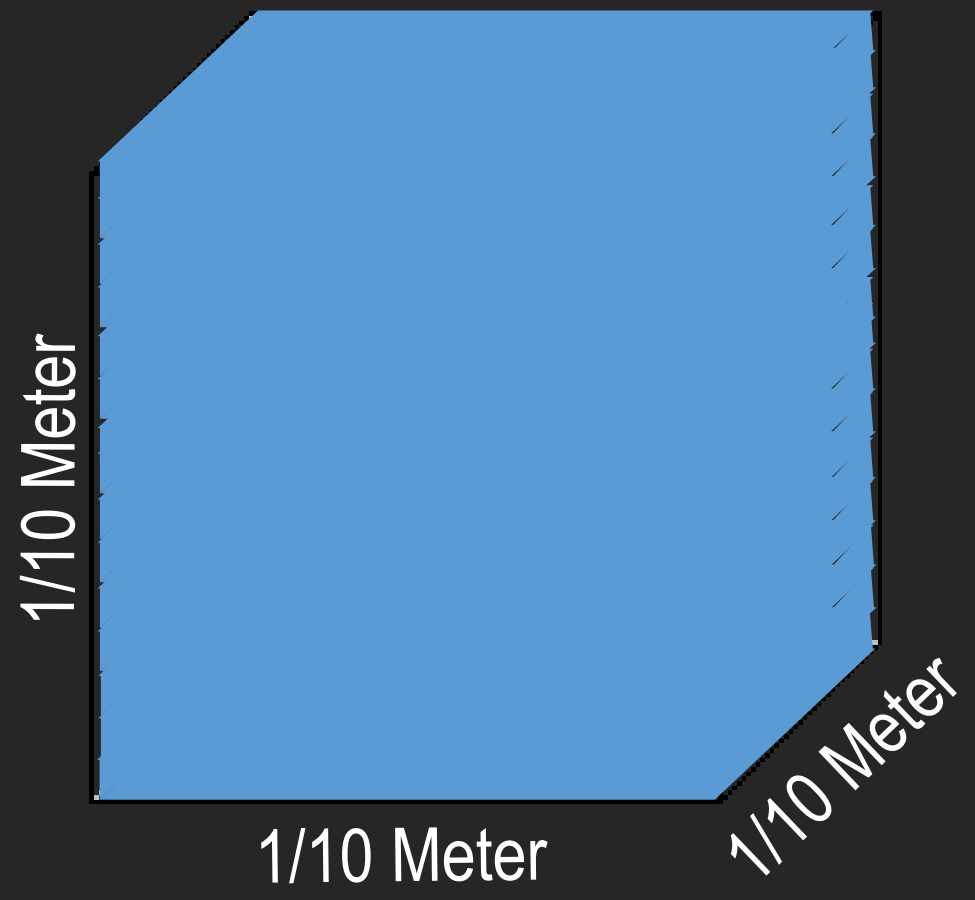
https://www.youtube.com/playlist?list=PLa_2XwPneZcpfXfSDZ-ygEHMKaH7pqgmi

00:21

$$\frac{\text{Erde}}{40\ \text{Millionen}} = 1\ \text{Meter}$$

23.

Die Geburt des Kilogramms aus dem Geiste des Meters



Volumen Wasserwürfel

$= 1/10\ \text{m} \times 1/10\ \text{m} \times 1/10\ \text{m}$

$= 1/1000\ \text{m}^3$

= 1 Liter (l)

Masse Wasserwürfel

$\overset{\text{def.}}{=}$ 1 Kilogramm (kg)

[1889]

Bis jetzt: altes Zeug, 18./19. Jahrhundert

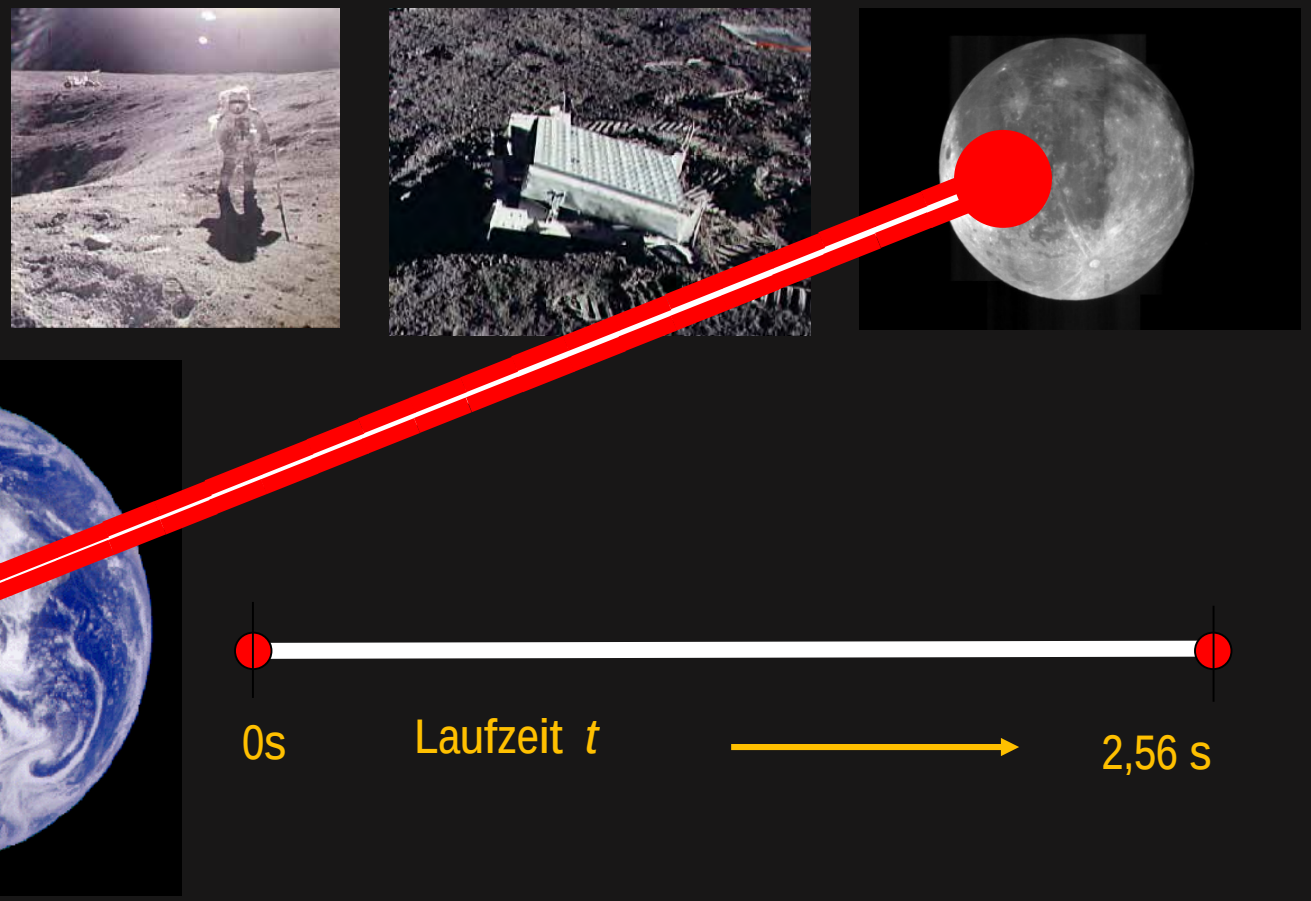
Aber: Wie sehen die Einheiten heute aus?

Der Meter heute = ...

Der Meter heute basiert auf der Lichtgeschwindigkeit

Der Meter ist die Länge der Strecke, die Licht im Vakuum während der Dauer von (1/299 792 458) Sekunden durchläuft. [17th CGPM, 1983]

Apollo 11-Crew, 1969



Lichtgeschwindigkeit
= 299 792 458 m/s

Abstand Erde-Mond
= 383734,... km

Für die Definition des Meters wurde der Wert der Lichtgeschwindigkeit festgelegt.

Lichtgeschwindigkeit = 299 792 458 m/s

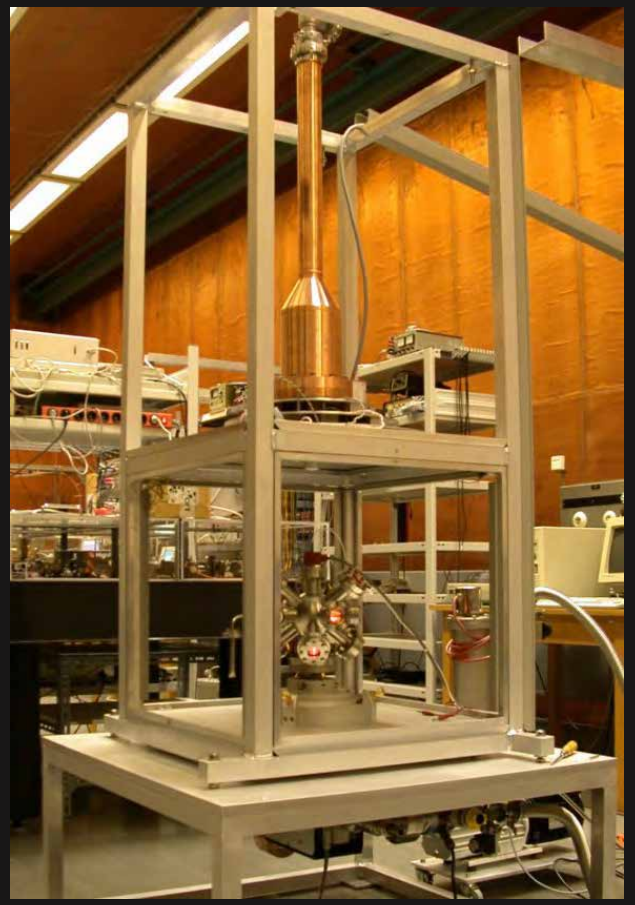
$$\frac{1}{250\,000\,000}\,\mathrm{s} \Rightarrow 1{,}199\ \mathrm{m}$$

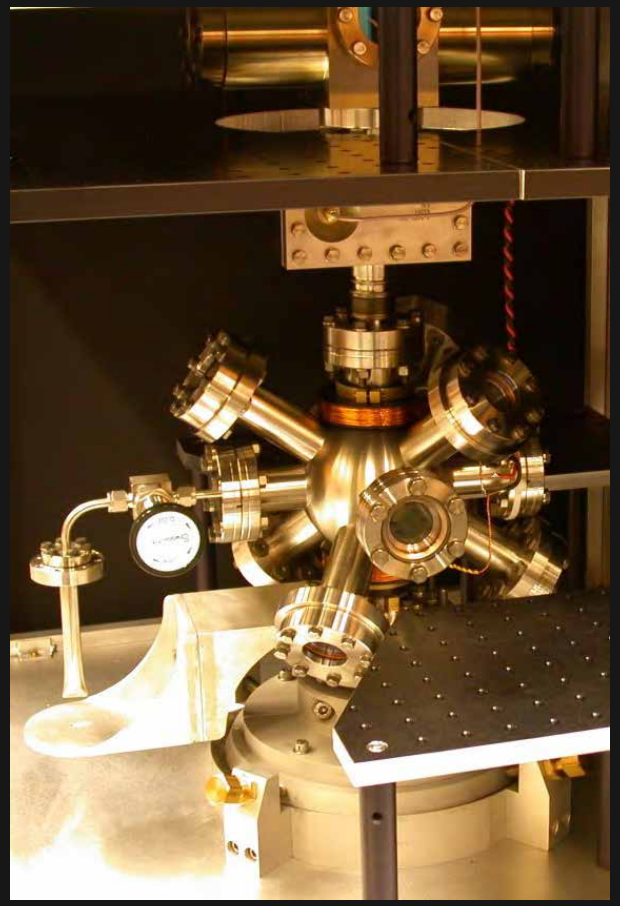
$$\frac{1}{299\,792\,458}\,\mathrm{s} \Rightarrow 1\ \mathrm{m}$$

$$\frac{1}{300\,000\,000}\,\mathrm{s} \Rightarrow 0{,}999\ \mathrm{m}$$

Die Sekunde heute = …

Die Sekunde heute: Caesium-Fontänenuhren (1999/2009)

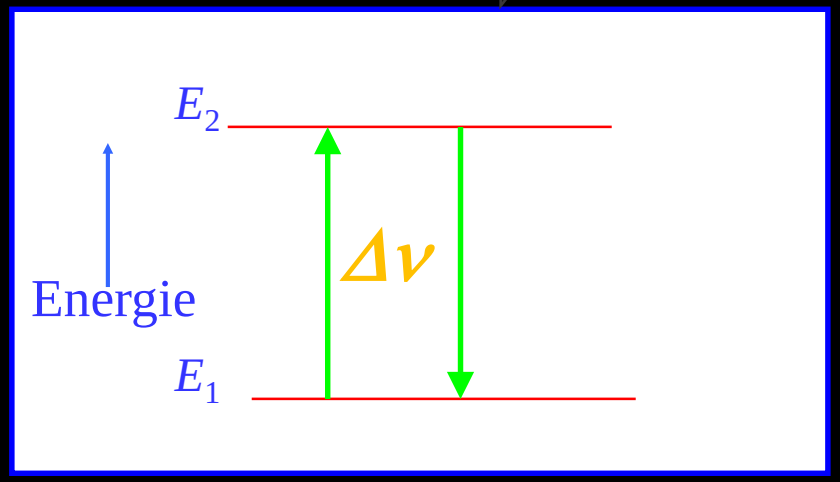




Deutschlands genaueste Uhren: CSF1 und CSF2

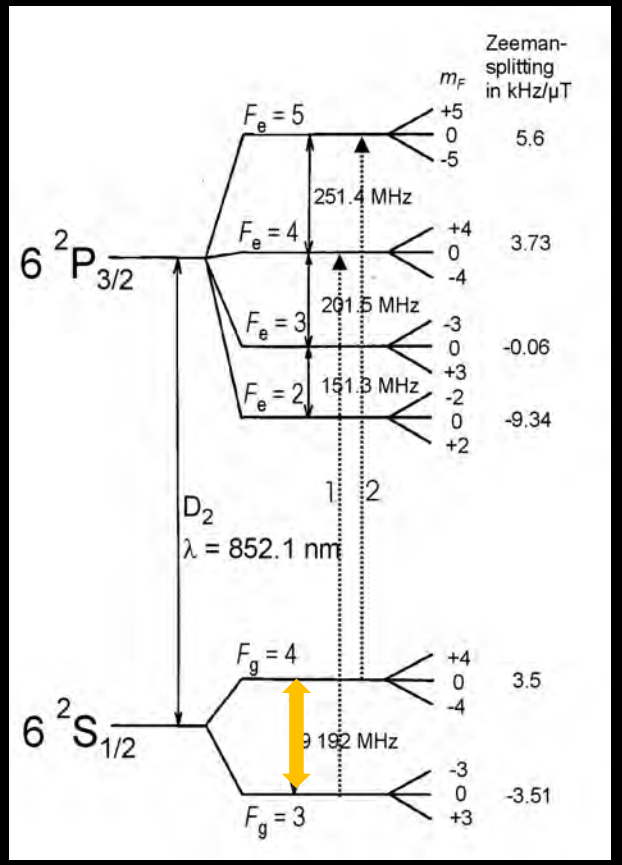
Ungenauigkeit 4×10^{-16}
entspricht: 1 Sekunde in 80 Millionen Jahren

Ankopplung der Sekunde an eine Naturkonstante:



$$\Delta\nu = (E_2 - E_1) / h$$

h: Planck-Konstante



„Uhrenübergang“

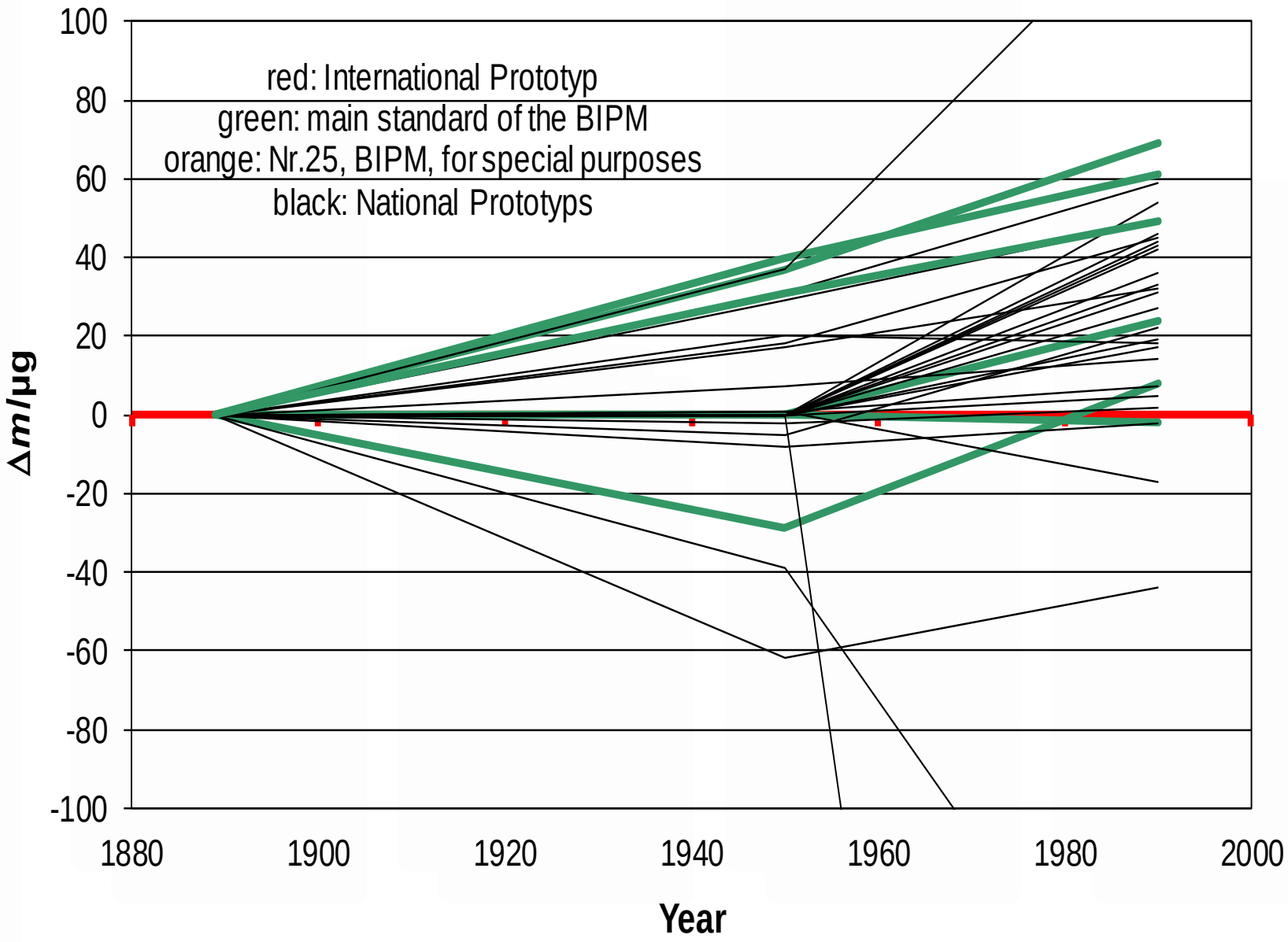
$\Delta\nu = 9\,192\,631\,770\ s^{-1}$

Das Kilogramm bis zum 19. Mai 2019 = …

Das Kilogramm ist die Einheit der Masse;
es ist gleich der Masse des Internationalen Kilogrammprototyps.
[1889]

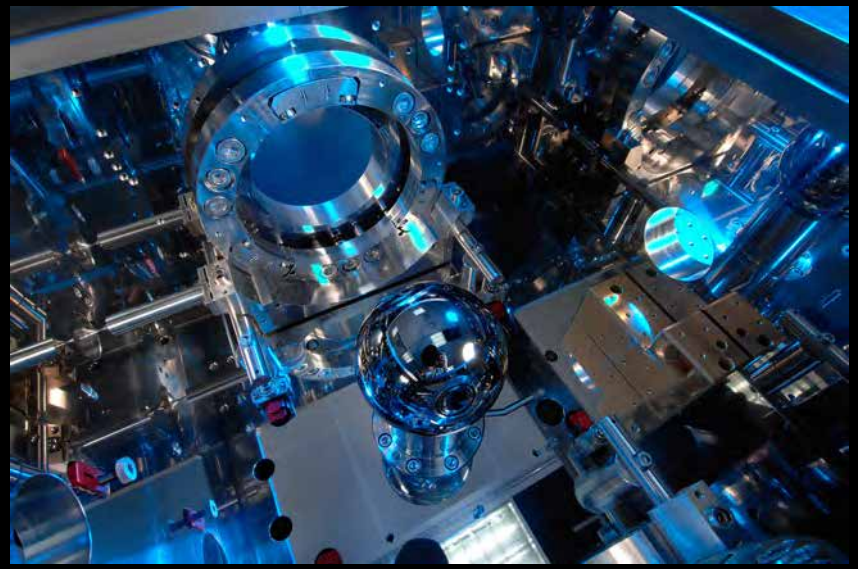
https://www.youtube.com/watch?v=5dPnFO_JCdc

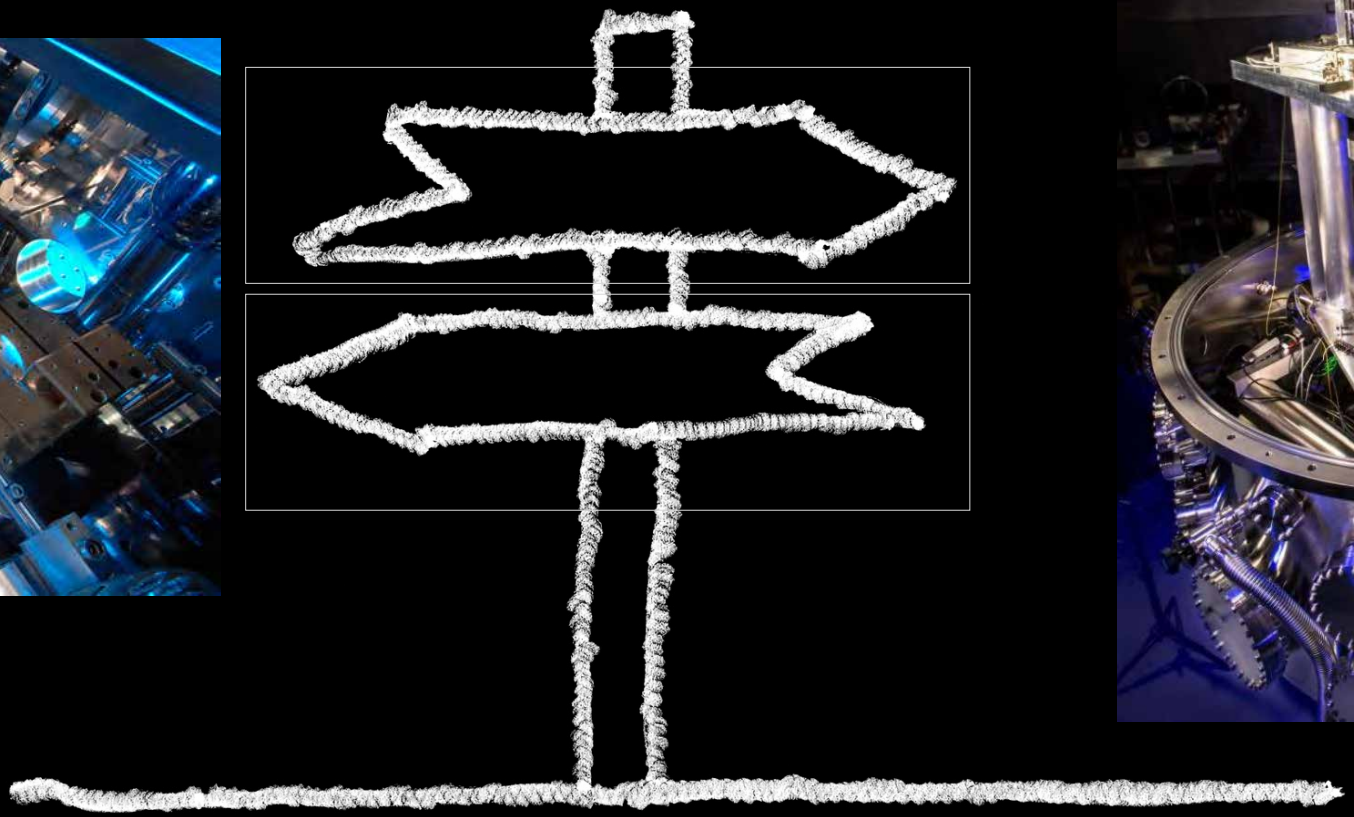
Mass of Prototypes in 1889, 1950 and 1990



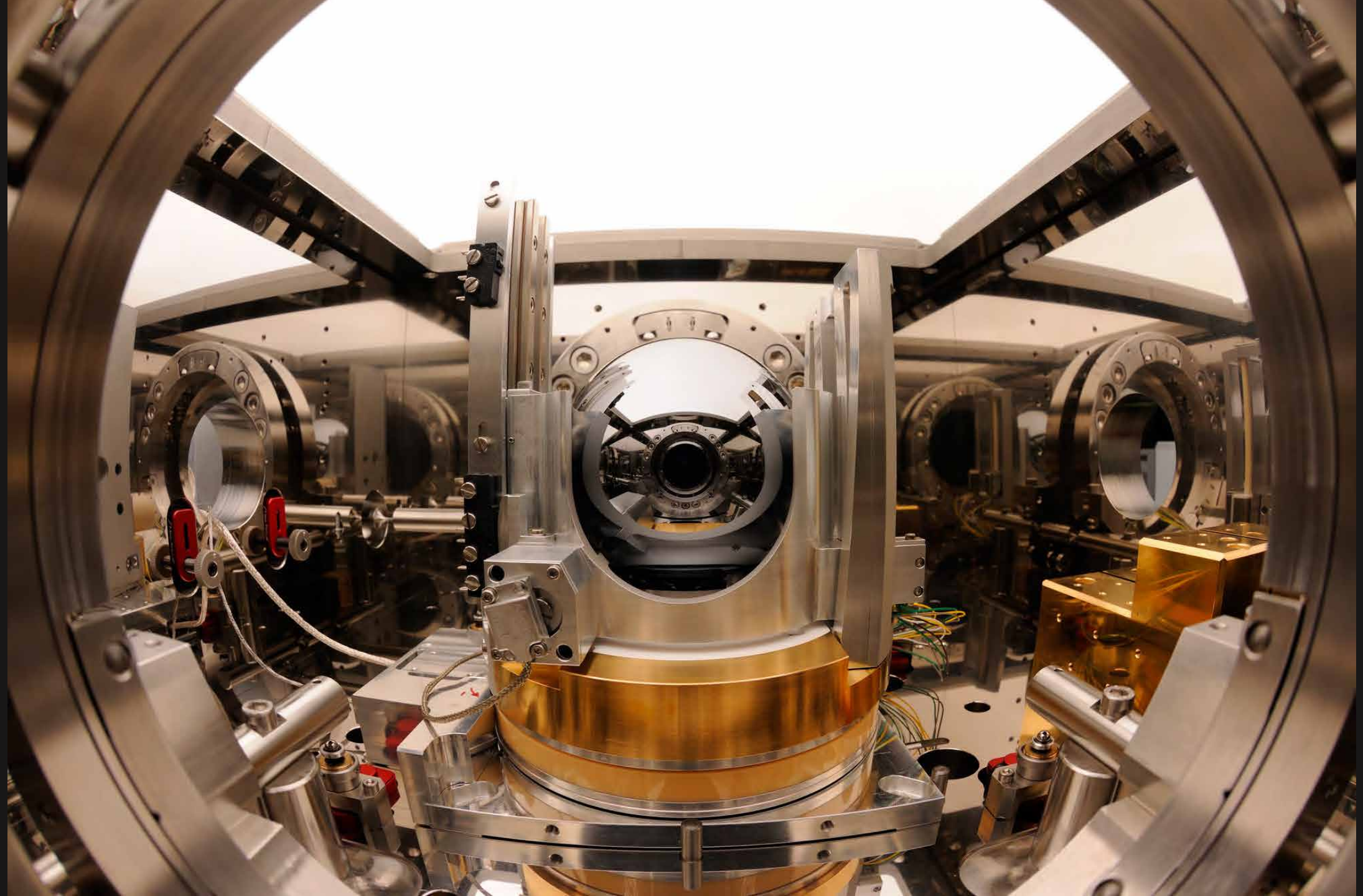
Experiment für ein neues (modernes) Kilogramm

Auf zwei möglichen Wegen zum „neuen Kilogramm“



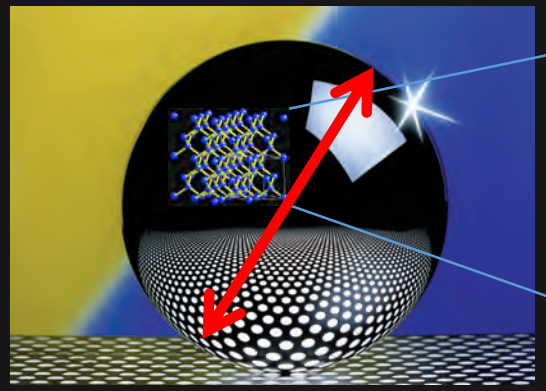


http://www.thelastartifactfilm.com/trailer/

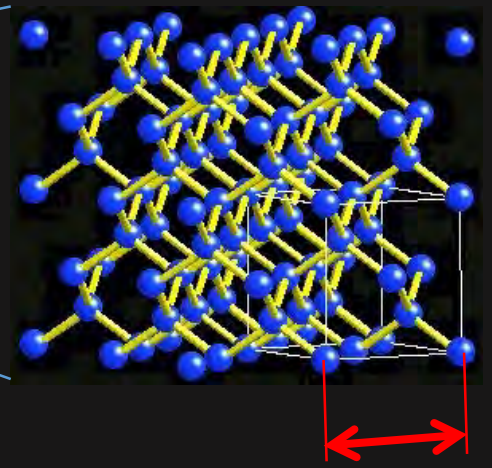


Experiment: Si-Kugel

Silicium-Einkristall



Silicium-Kristallgitter



Kugeldurchmesser

↓

Kugelvolumen

Gitterparameter

↓

Volumen der Elementarzelle (8 Atome)

Anzahl der Atome in der Kugel

Wägung d. Kugel

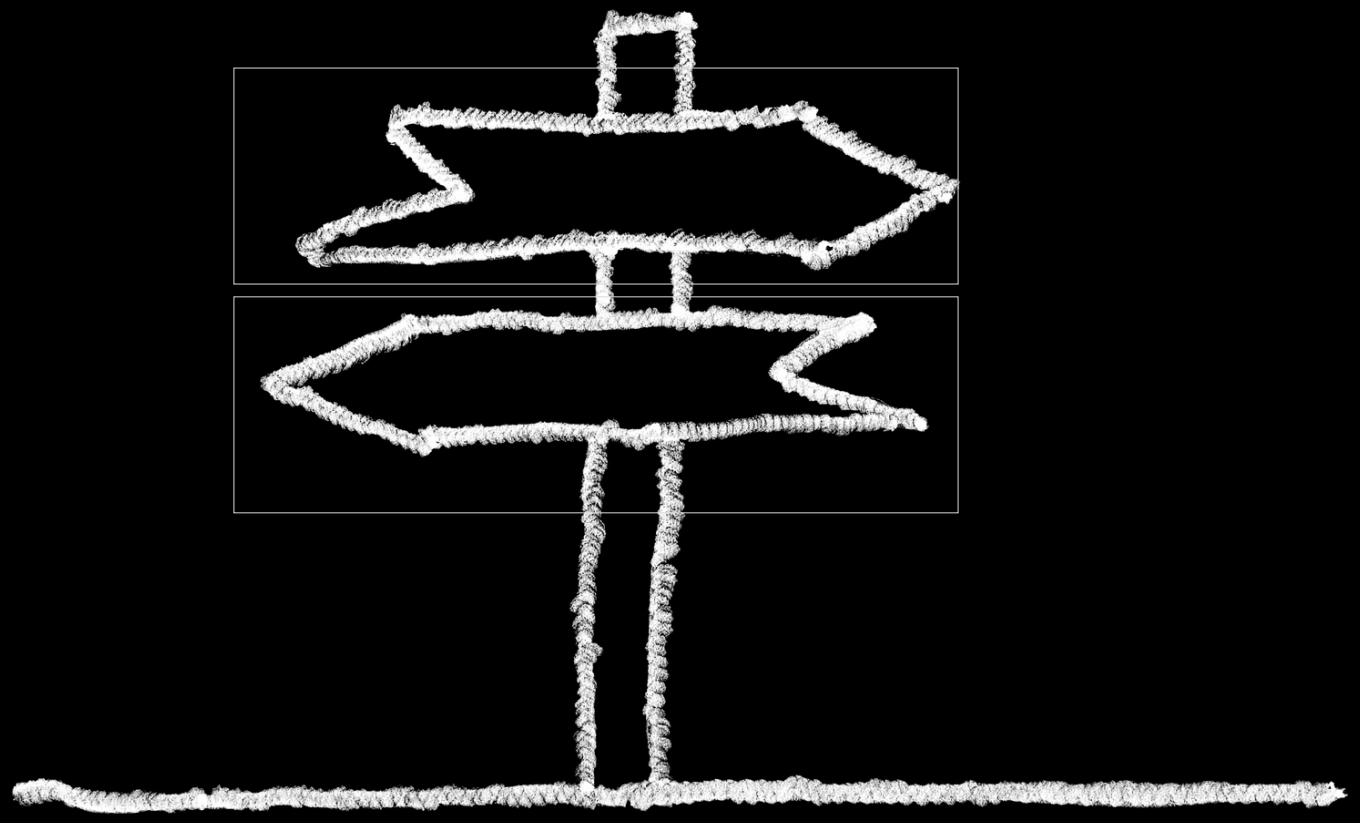
Naturkonstante

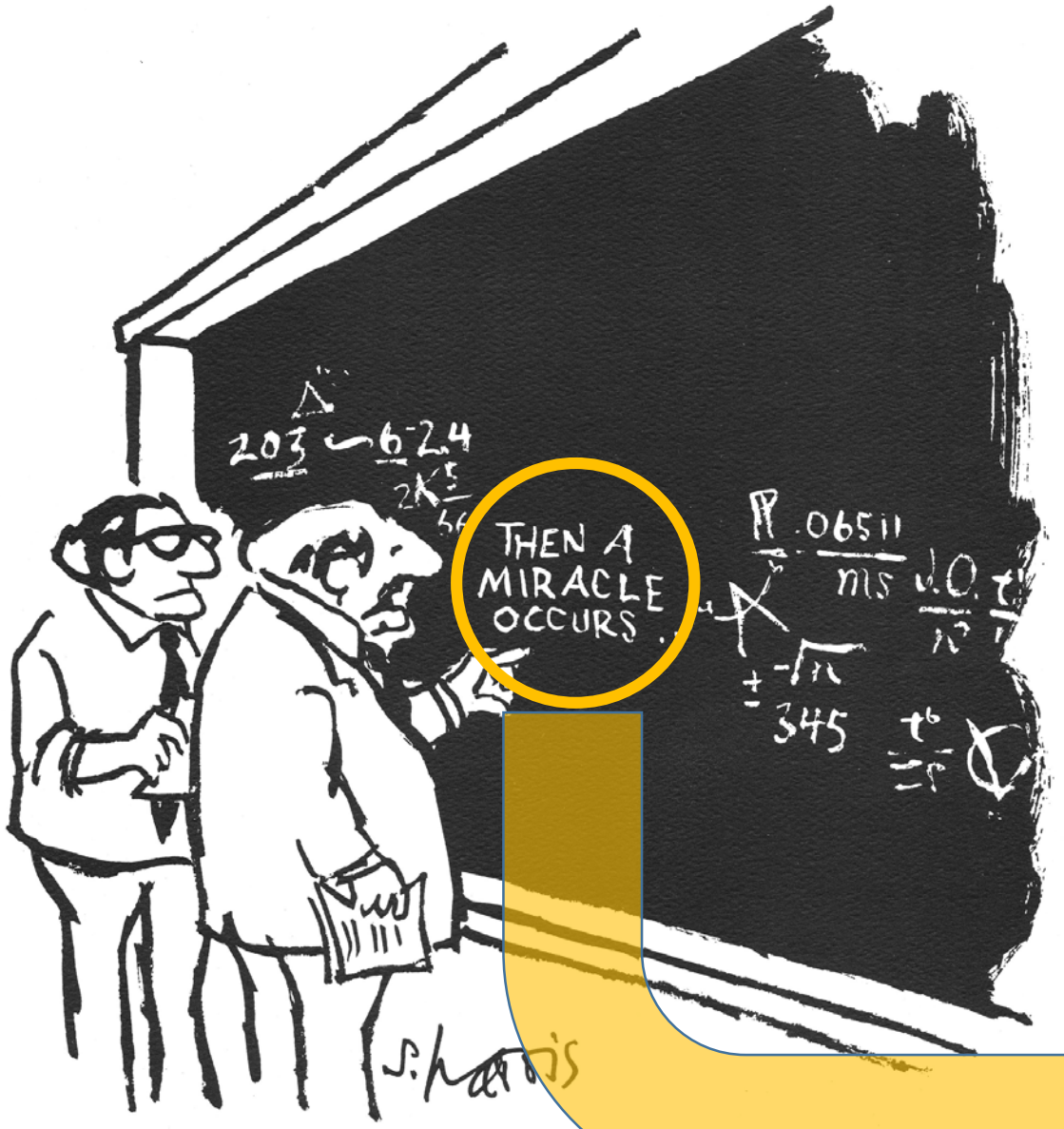
↓

Masse eines Si-Atoms m_{Si}

Experiment Si-Kugel

Auf zwei möglichen Wegen zu den Naturkonstanten





"I THINK YOU SHOULD BE MORE EXPLICIT HERE IN STEP TWO."

- Masse eines Atoms: m_{Si}
- Avogadrokonstante: N_A
- Planck´sches Wirkungsquantum: h

Wie kommt die Planck-Konstante in die Kugel?

… wird gemessen

… unbekannt bzw. zu ungenau bekannt

… sehr genau bekannt

$$M_{\text{Si-Kugel}} = \frac{\text{Molare Masse des Kugelmaterials}}{\text{MoMa}} \times \frac{2 \times R_\infty \times h}{\text{Rel. } m_e \times c \times \alpha^2} \times \frac{\text{Volumen der Si-Kugel}}{\text{Volumen eines Atoms}}$$

So kommt die Planck-Konstante in die Kugel!

Wo steckt Planck in der Kugel?

$$\text{Masse der Si-Kugel} = \text{Masse eines Si-Atoms} \times \text{Zahl der Atome}$$

$$= \text{Masse eines Si-Atoms} \times \frac{\text{Volumen der Si-Kugel}}{\text{Volumen eines Atoms}}$$

$$\text{Masse eines Si-Atoms} = \frac{\text{Molare Masse des Kugelmaterials}}{\text{Avogadrokonstante } N_A}$$

$$\text{Avogadrokonstante } N_A = \frac{\text{Molare Massenkonstante}}{\text{Atomare Masseneinheit } m_u}$$

$$\text{Atomare Masseneinheit } m_u = \frac{\text{Elektronenmasse}}{\text{Relative Elektronenmasse}}$$

$$\text{Elektronenmasse} = \frac{2 \quad \text{Rydbergkonstante } R_\infty}{\text{Lichtgeschwindigkeit } c \quad \text{Feinstrukturkonstante } \alpha^2} \times h$$

$$\text{Masse der Si-Kugel} = \frac{\text{Molare Masse des Kugelmaterials} \times \text{Volumen der Si-Kugel} \times 2 \times R_\infty}{\text{Molare Massenkonstante} \times \text{Relative Elektronenmasse} \times \text{Volumen eines Atoms} \times c \times \alpha^2} \times h$$

Was lässt sich alles aus einer perfekten Kristallkugel (zweifach perfekt: Kristall und Kugel) durch einige Messungen und einiges Vorwissen erschließen? Z. B. die Masse eines Atoms im Kristallgitter. Aber auch die Werte einiger Naturkonstanten – etwa der Avogadro-Konstanten und der Planck-Konstanten. Im Labor ist dazu eine Unmenge akribischer Arbeit von Experimentatoren nötig. Auf dem Papier geht es (theoretisch) leichter – mit ein paar Umformungen, Ersetzungen und einigen Begriffsdefinitionen.
So kommt schließlich auch die tief in der Quantenmechanik verwurzelte Planck-Konstante aus einem makroskopischen Kristall zum Vorschein.

- diese Größe wird in der PTB gemessen
- bekannte Größe (aus anderen Zusammenhängen)
- noch unbekannt bzw. zu ungenau bekannt

Geschafft: In dieser Gleichung stecken jetzt, bis auf h, nur noch gemessene oder bekannte Größen.

Molare Masse des Kugelmaterials

Silizium kommt in drei Spielarten vor, den drei Isotopen Si-28 (14 Protonen p und 14 Neutronen n), Si-29 (14 p und 15 n) und Si-30 (14 p und 16 n). Durch aufwendige Isotopentrennung kann „hochangereichertes" Material von 99,999 % Reinheit gewonnen werden. Aber auch der verbleibende kleine „Rest" muss, wenn man es genau nimmt, berücksichtigt werden. Die molare Masse ergibt sich stets aus einer Mischung (entsprechend der prozentualen Anteile) dieser drei Isotope.

Volumen eines Atoms

Wenn lax vom „Volumen eines Atoms" die Rede ist, dann ist der Raum gemeint, den ein Atom im Kristallverbund „besetzt". Die Kristallstruktur entsteht dabei durch eine raumfüllende Wiederholung einer sogenannten Elementarzelle. Beim Siliziumgitter ist diese Elementarzelle ein Würfel, wobei Si-Atome in jeder Würfelecke, in der Mitte jeder Würfelfläche sowie auf einer speziellen Position jeder Raumdiagonale sitzen. Jedes Atom in einer Ecke gehört dabei zu acht Elementarzellen, jedes Atom auf einer Fläche zu zwei und nur die Atome im Inneren auf den Raumdiagonalen gehören gänzlich zu dieser einen Zelle. Wenn man alles addiert ($8 \times 1/8 + 6 \times 1/2 + 4 \times 1$), sieht man, dass 8 Si-Atome zu einer Elementarzelle gehören. Das „Volumen eines Atoms" ist also, wenn man es genauer formuliert, ein Achtel des Volumens eben dieser Elementarzelle.

Avogadrokonstante N_A

Die Avogadrozahl ist die Anzahl der Teilchen, die in 12 Gramm isotopenreinem Kohlenstoff C-12 enthalten sind. Die Avogadrozahl gehört zu den sieben Konstanten, deren Werte im neuen Einheitensystem festgelegt werden. Daher war zuvor die Aufgabe, diese Konstante so gut es irgend geht zu ermitteln. Im Avogadro-Experiment gelingt dies im Prinzip über vier Messungen: Masse der Kugel, molare Masse, Kugelvolumen und „Atomvolumen".

Atomare Masseneinheit m_u

Der Name legt es nahe: Die atomare Masseneinheit ist eine Einheit, in der sich Atommassen zweckmäßig angeben lassen. Die Definition von m_u ist sehr einfach, nämlich als 1/12 der Masse eines einzelnen Kohlenstoffatoms C-12 (im Grundzustand). In einem Atom sitzt der Hauptanteil der Masse im Kern – in den Protonen und den (einen Hauch schwereren) Neutronen. Dazu kommen dann aber noch die Massen der Elektronen. Und was ebenfalls zu berücksichtigen ist: die Bindungsenergien im Atom, die nichts anderes als umgewandelte Masseanteile sind. Über den Daumen ist eine atomare Masseneinheit in etwa die Masse eines Kernbausteins. Aber etwas genauer ausgedrückt stecken in einer atomaren Masseneinheit ein halbes Proton, ein halbes Neutron, ein halbes Elektron und (abzüglich) ein wenig Bindungsenergie.

Molare Massenkonstante

Diese Konstante hat den simplen Zahlenwert 1/1000 (und die Einheit Kilogramm pro Mol). Sie „repariert" lediglich den Umstand, dass als Einheit für die Masse das Kilogramm und nicht das Gramm gewählt wurde. Die Reparatur bezieht sich darauf, dass bei der Definition der Avogadrokonstanten die Einheit Gramm verwendet wird.

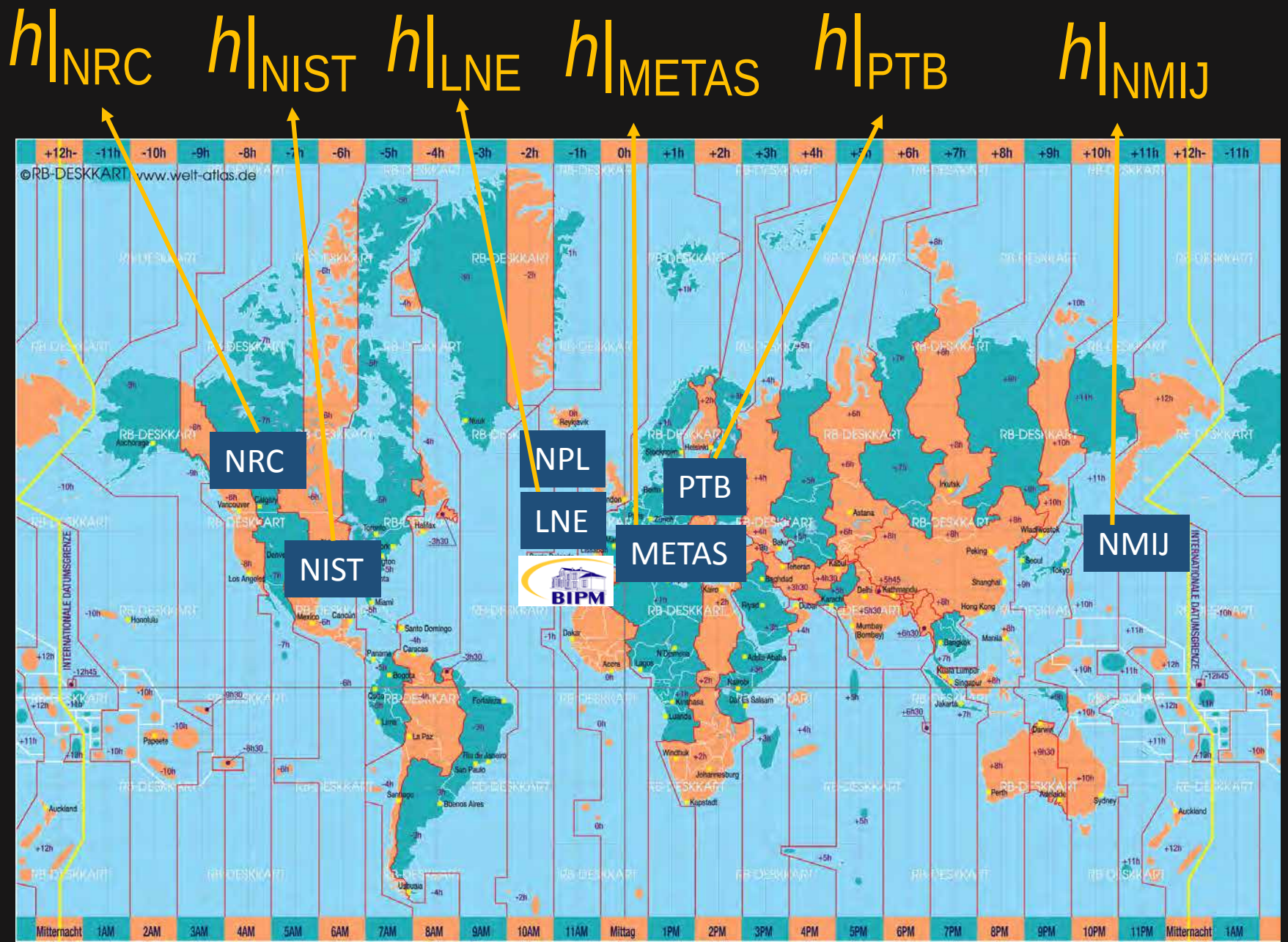
relative Elektronenmasse

Ein Elektron ist im Gegensatz zu einem Kernbaustein ein Leichtgewicht; es hat in etwa ein halbes Promille von dessen Masse. Wird die Masse des Elektrons in Einheiten der atomaren Masseneinheit angegeben, spricht man von der relativen Elektronenmasse ($= m_{Elektron} / m_u$)

Elektronenmasse

Viel einfacher geht nicht: Ein Elektron kreist um ein Proton. Dennoch steckt in diesem Zweikörper-System eine ganze Welt, d. h. eine Quantenwelt. Welche energetischen Zustände für ein Elektron dabei möglich sind, kann in der Quantentheorie exakt ausgerechnet werden. In diese Zustände geht eine Reihe von Naturkonstanten ein – und eben auch die Masse des um den Kern kreisenden Teilchens.

Jens Simon


$h|_{NRC}$
$h|_{NIST}$
$h|_{LNE}$
$h|_{METAS}$
$h|_{PTB}$
$h|_{NMIJ}$
NRC
NIST
NPL
LNE
METAS
PTB
NMIJ
BIPM
©RB-DESKKART www.welt-atlas.de
INTERNATIONALE DATUMSGRENZE
Mitternacht 1AM 2AM 3AM 4AM 5AM 6AM 7AM 8AM 9AM 10AM 11AM Mittag 1PM 2PM 3PM 4PM 5PM 6PM 7PM 8PM 9PM 10PM 11PM Mitternacht 1AM

$$\underbrace{h|_{NRC} \quad h|_{NIST} \quad h|_{LNE} \quad h|_{METAS} \quad h|_{PTB} \quad h|_{NMIJ}}$$

Ausgleichsrechnung all dieser einzelnen Werte

$\Downarrow$

Der Wert von *h* wird festgelegt.

$\Downarrow$

Seit Sommer 2017: $h = 6{,}626\,070\,15 \cdot 10^{-34}$ J s ✓

Stephan Schlamminger John Pratt David Newell

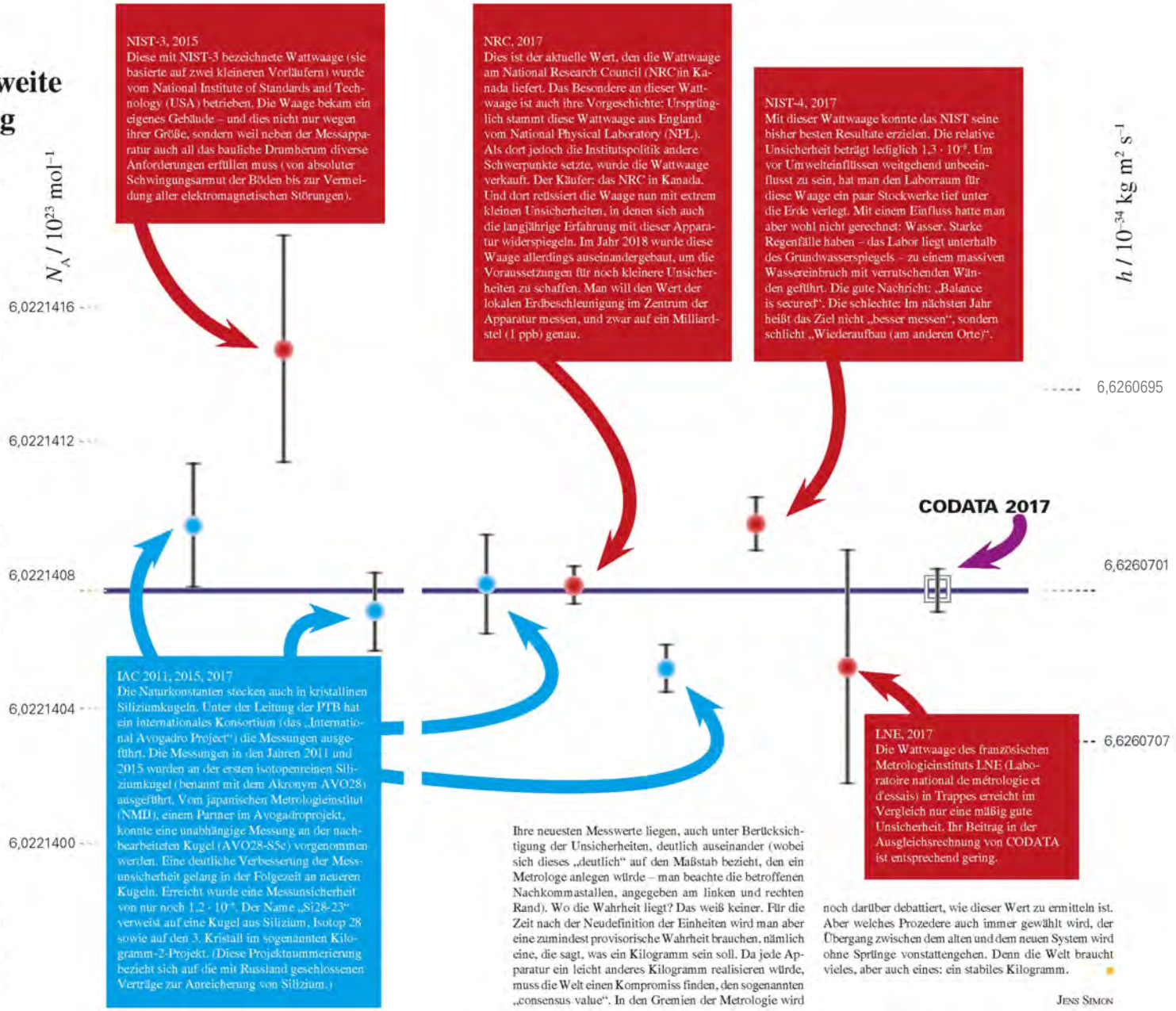
Punktlandung – Weltweite Messwerte am Stichtag

Die Grenze des Messbaren verläuft durch Braunschweig, Gaithersburg, Ottawa, Trappes, Tsukuba und Turin. In den dort ansässigen nationalen Metrologieinstituten haben Wissenschaftler in den vergangenen Jahren in extrem aufwendigen Experimenten zwei Naturkonstanten so gut es irgend geht gemessen: die Avogadro-Konstante N_A (dargestellt als Skala am linken Rand der Grafik) und die Planck-Konstante h (dargestellt als Skala am rechten Rand). Diese beiden gehören zu dem Ensemble von Naturkonstanten, das in Zukunft das Internationale Einheitensystem (SI) bestimmen wird. Gemessen wird dabei in zwei prinzipiell sehr unterschiedlichen Experimenten. Zum einen sind dies Wattwaagen-Experimente (rote Symbole), in denen die Schwerkraft auf ein Kilogrammobjekt durch eine elektromagnetische Kraft (gemessen mit Quanteneffekten) kompensiert wird. Zum anderen sind dies Experimente mit Siliziumkugeln, in denen die Anzahl der Atome in einem großen Kristallverbund bestimmt wird – die Experimentvariante, die auch die PTB verfolgt. Die metrologische Weltgemeinschaft hatte sich nun einen Stichtag gegeben: Alle Experimente, die bis zum 1. Juli 2017 erfolgreich waren und publizierte Ergebnisse vorweisen konnten, wurden in die Berechnung des „Ausgleichswertes" der jeweiligen Naturkonstante einbezogen. Dies sind die hier abgebildeten Resultate – mit dem jeweiligen Mittelwert, markiert als farbiger Punkt, und einem Balken, dessen Länge die Unsicherheit der Messung angibt. Die internationale Gruppe, die für die Ausgleichsrechnung verantwortlich zeichnet, ist „CODATA" (The Committee on Data for Science and Technology). Und CODATA errechnete nun im Sommer 2017 aus den vorliegenden acht Messwerten folgende Zahlenwerte für die Konstanten:

- Avogadro-Konstante
  $N_A = 6{,}022\,140\,76 \cdot 10^{23}\ \mathrm{mol}^{-1}$
- Planck-Konstante
  $h = 6{,}626\,070\,15 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J\,s}$ ($\mathrm{J\,s} = \mathrm{kg\,m^2\,s^{-1}}$)

Die beiden Konstanten hängen dabei voneinander ab (siehe vorhergehende Doppelseite). Hat man eine Konstante, bekommt man die andere „geschenkt". (Das Produkt aus beiden ist sehr genau bekannt bzw. viel genauer messbar als die einzelnen Faktoren.)

Wer dabei ein Gefühl für den Begriff „Präzisionsmessung" bekommen möchte, der muss die Avogadro- oder Wattwaagen-Experimente besuchen. Alle noch so klein und nebensächlich scheinenden Präparations- und Umgebungsbedingungen können sich auf die Messergebnisse auswirken. Unter diesem Blickwinkel ist es kein Wunder, dass sich etwa die beiden größten Metrologieinstitute der Welt, PTB und NIST, nicht wirklich einig sind, wie groß nun h und N_A sind.



Ihre neuesten Messwerte liegen, auch unter Berücksichtigung der Unsicherheiten, deutlich auseinander (wobei sich dieses „deutlich" auf den Maßstab bezieht, den ein Metrologe anlegen würde – man beachte die betroffenen Nachkommastellen, angegeben am linken und rechten Rand). Wo die Wahrheit liegt? Das weiß keiner. Für die Zeit nach der Neudefinition der Einheiten wird man aber eine zumindest provisorische Wahrheit brauchen, nämlich eine, die sagt, was ein Kilogramm sein soll. Da jede Apparatur ein leicht anderes Kilogramm realisieren würde, muss die Welt einen Kompromiss finden, den sogenannten „consensus value". In den Gremien der Metrologie wird noch darüber debattiert, wie dieser Wert zu ermitteln ist. Aber welches Prozedere auch immer gewählt wird, der Übergang zwischen dem alten und dem neuen System wird ohne Sprünge vonstattengehen. Denn die Welt braucht vieles, aber auch eines: ein stabiles Kilogramm. ■

Jens Simon

26. Generalkonferenz für Maße und Gewichte (CGPM), Versailles, 16. November 2018

1 Kilogramm ist ...

$$= 1{,}475\,5214 \cdot 10^{40} \, \frac{h \, \Delta \nu}{c^{2}}$$

seit 1889 bis heute

ab 20. Mai 2019

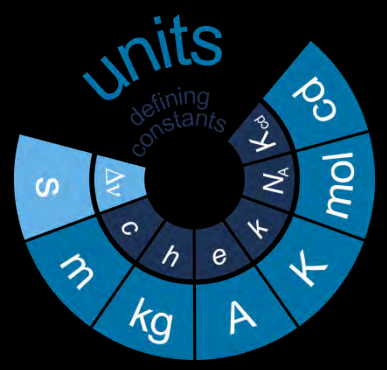
Ketterle

26th General Conference of Weights and Measures

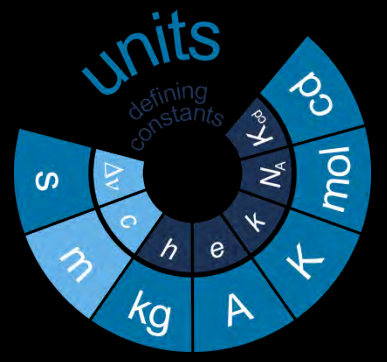
Redefinition of SI Adopted
Versailles, France 2018

https://www.youtube.com/thebipm

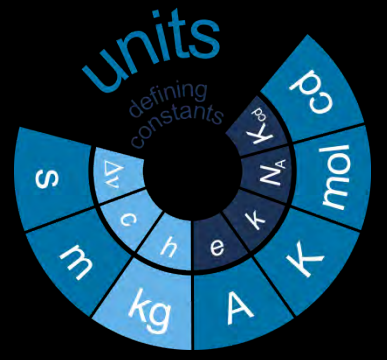
Einheiten definieren die Konstanten



$$\Delta\nu = 9\,192\,631\,770 \ \mathrm{s}^{-1}$$

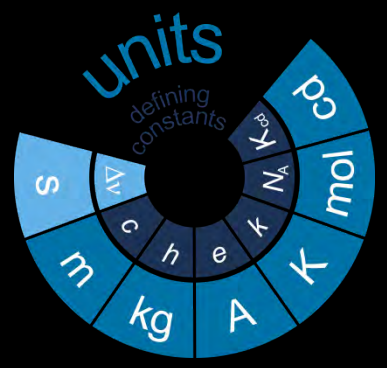


$$c = 299\,792\,458 \ \mathrm{m\ s}^{-1}$$



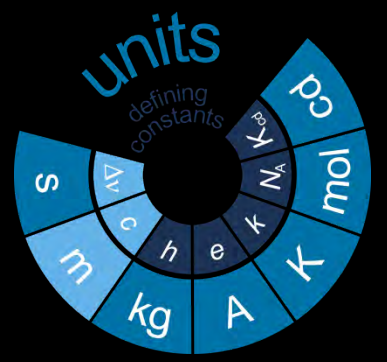
$$h = 6{,}626\,070\,15 \cdot 10^{-34} \ \mathrm{m}^2\ \mathrm{kg} / \mathrm{s}$$

Konstanten definieren die Einheiten



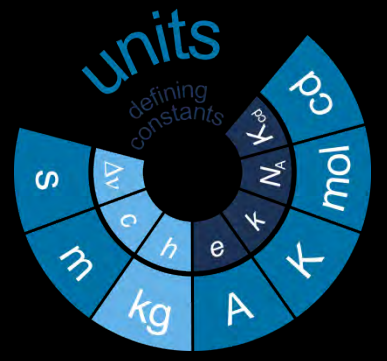
$1\ \mathrm{s} = 9{,}192\ 631\ 770 \cdot 10^9/\Delta\nu$

$[\Delta\nu] = 1/\mathrm{s}$



$1\ \mathrm{m} = 30{,}663\ 319\ c/\Delta\nu$

$[c] = \mathrm{m/s}$



$1\ \mathrm{kg} = 1{,}475\ 5214 \cdot 10^{40}\ h\Delta\nu/c^2$

$[h] = \mathrm{m^2\ kg/s}$

Système international d´unités / International System of Units (SI)

Was die PTBs dieser Welt erreicht haben:

Naturkonstanten im „alten System“ so gut wir irgend möglich, ein letztes Mal zu messen.

Grund für diese Aufgabe:

Beim Übergang zu einem „neuen Enheitensystem“ auf der Basis eben dieser Naturkonstanten sollen keine Sprünge auftreten.

Zeitplan:

- Veröffentlichung der Messwerte: Sommer 2017
- Verabschiedung des „neuen SI“ im November 2018
- Das „neue SI“ tritt in Kraft am 20. Mai 2019

https://www.youtube.com/watch?v=V7myhT_CwYc&t=0s&list=PL-vj-3_a7wTDeKEupZSX7Tw42yReNgJLl&index=8

Système international d´unités / International System of Units (SI)

- „Definierende Konstanten“ etablieren die Einheiten im Allgemeinen
- Universelle Gültigkeit
- Garantierte Langzeitstabilität
- Unterschiedliche Realisierungen möglich
- Definitionen bevorzugen keinen Punkt auf der jeweiligen Skala
- Besseres Experiment $\Rightarrow$ Bessere Realisierung
- offen für Innovationen; keine „historischen“ Barrieren
- Basiseinheiten und abgeleitete Einheiten sind gleichwertig
- Elektrische Einheiten sind „zurück im SI“

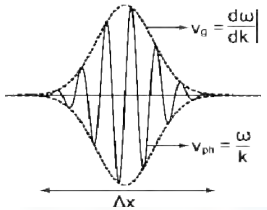
Vielen Dank! Und behalten SIe stets das richtige Maß!

- Jens Simon
- Education:

  Universities in Brunswick and Cologne (1981 – 1987)
  PhD in Physics / Quantumdynamics with Wave Packets + Trajectories
  PhD in German Linguistics / On the Language of Arno Schmidt

- Working as a theoretical physicist:

  Research Center Jülich
  GKSS Research Center Geesthacht



- Working as a journalist and a science writer (free lancer):

  Several newspapers (Germany, Switzerland)
  Scientific magazines
  Radio broadcast

- Physikalisch-Technische Bundesanstalt (since 1998):

  Press and Information Office
  (we are working here as hunters and gatherers)
  our roles: science writer / information broker / PTB guide / editor of scientific publications / event manager / …