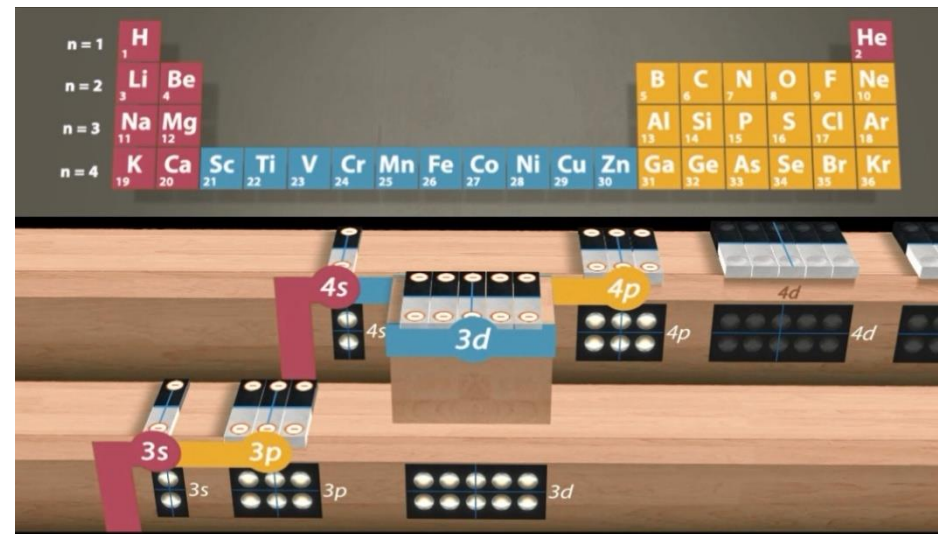
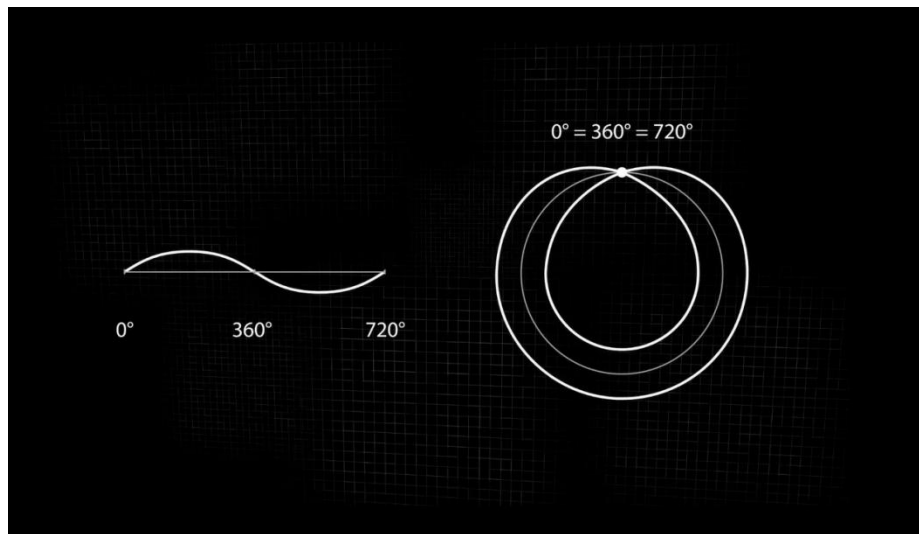
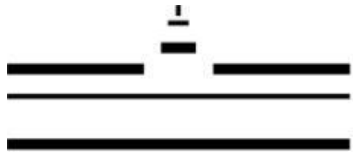


Von Quantenknoten zum Periodensystem

Stefan Heusler, Malte Ubben

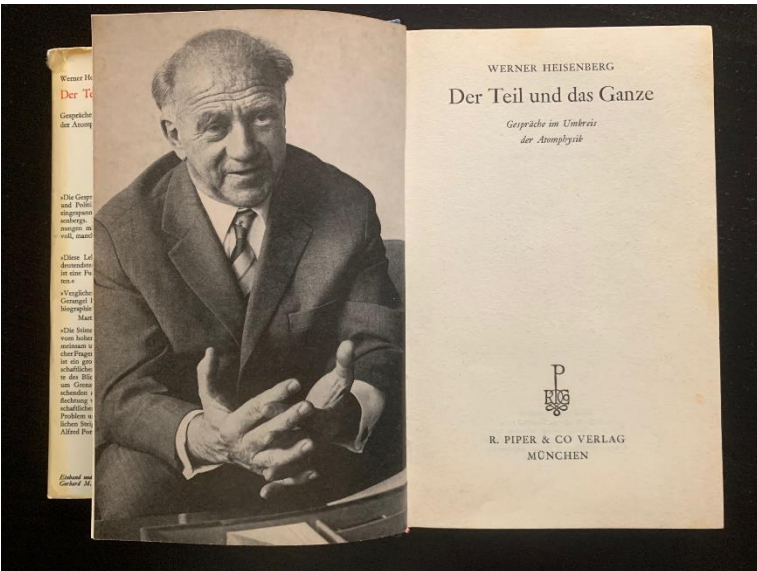




WESTFÄLISCHE
WILHELMS-UNIVERSITÄT
MÜNSTER



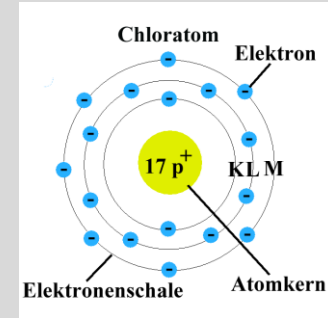
Institut für
Didaktik der Physik



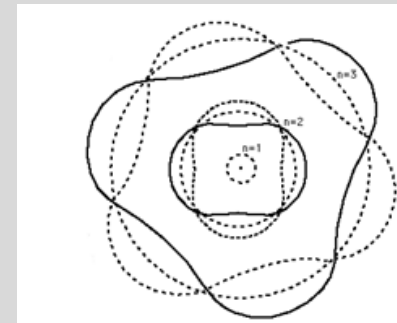
Gewisse aus der Bahn zu berechnende Größen sollten ganzzahlige Vielfache einer Grundeinheit, nämlich des Planckschen Wirkungsquantums sein. Solche Regeln erinnerten an die Beobachtungen der alten Pythagoreer, nach denen zwei schwingende Saiten dann harmonisch zusammenklingen, wenn bei gleicher Spannung ihre Längen in einem ganzzahligen Verhältnis stehen. Aber was hatten Planetenbahnen der Elektronen mit schwingenden Saiten zu tun! Schlimmer war noch, wie man sich die Ausstrahlung von Licht durch das Atom vorzustellen hatte. Das strahlende Elektron sollte dabei sprunghaft von einer Quantenbahn in die andere überwechseln und die bei diesem Sprung freiwerdende Energie als ganzes Paket, als Lichtquant, in die Strahlung abgeben. Man hätte solche Vorstellungen wohl überhaupt nie ernst genommen, wenn man nicht damit eine ganze Reihe von Experimenten hätte sehr gut und genau erklären können.

Gängige Atommodelle in der Schule

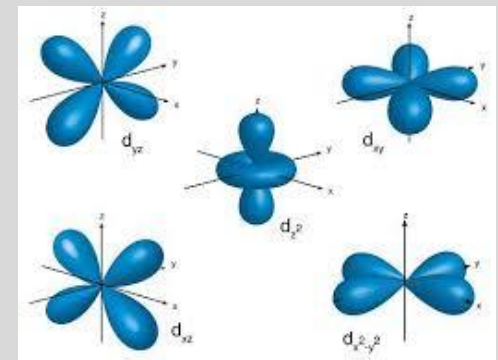
Atommodell nach Bohr:
Teilchen auf Bahnen



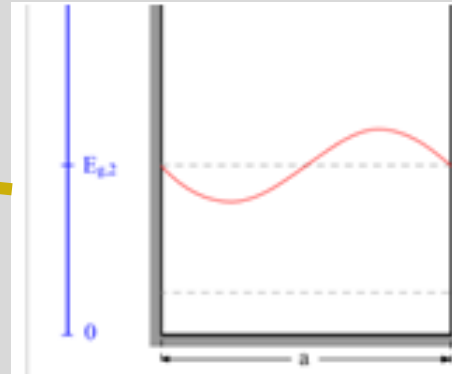
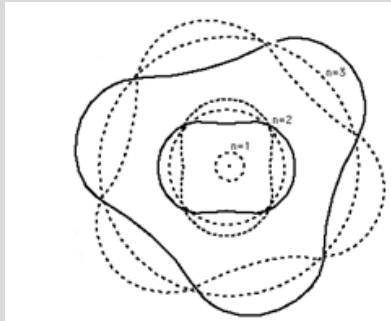
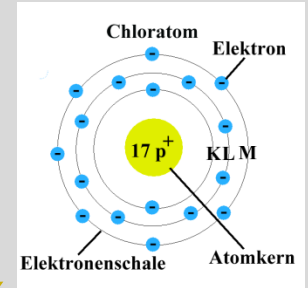
Modell stehender Materiewellen
(De Broglie)



Atomorbitale:
Wahrscheinlichkeitsverteilungen



Wie kann die Atomhülle mit einem einheitlichen Prinzip dargestellt werden?



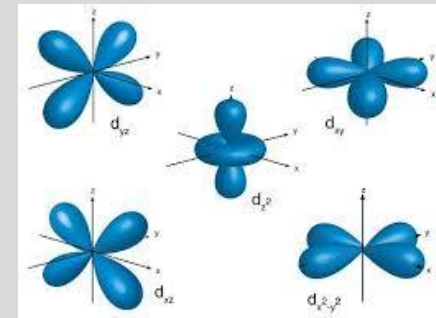
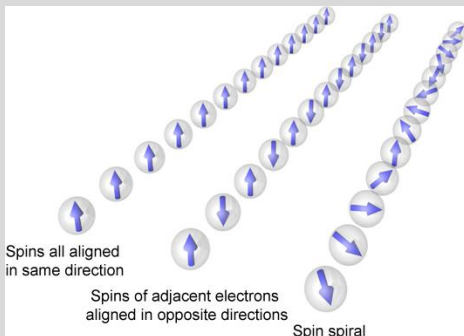
??

??

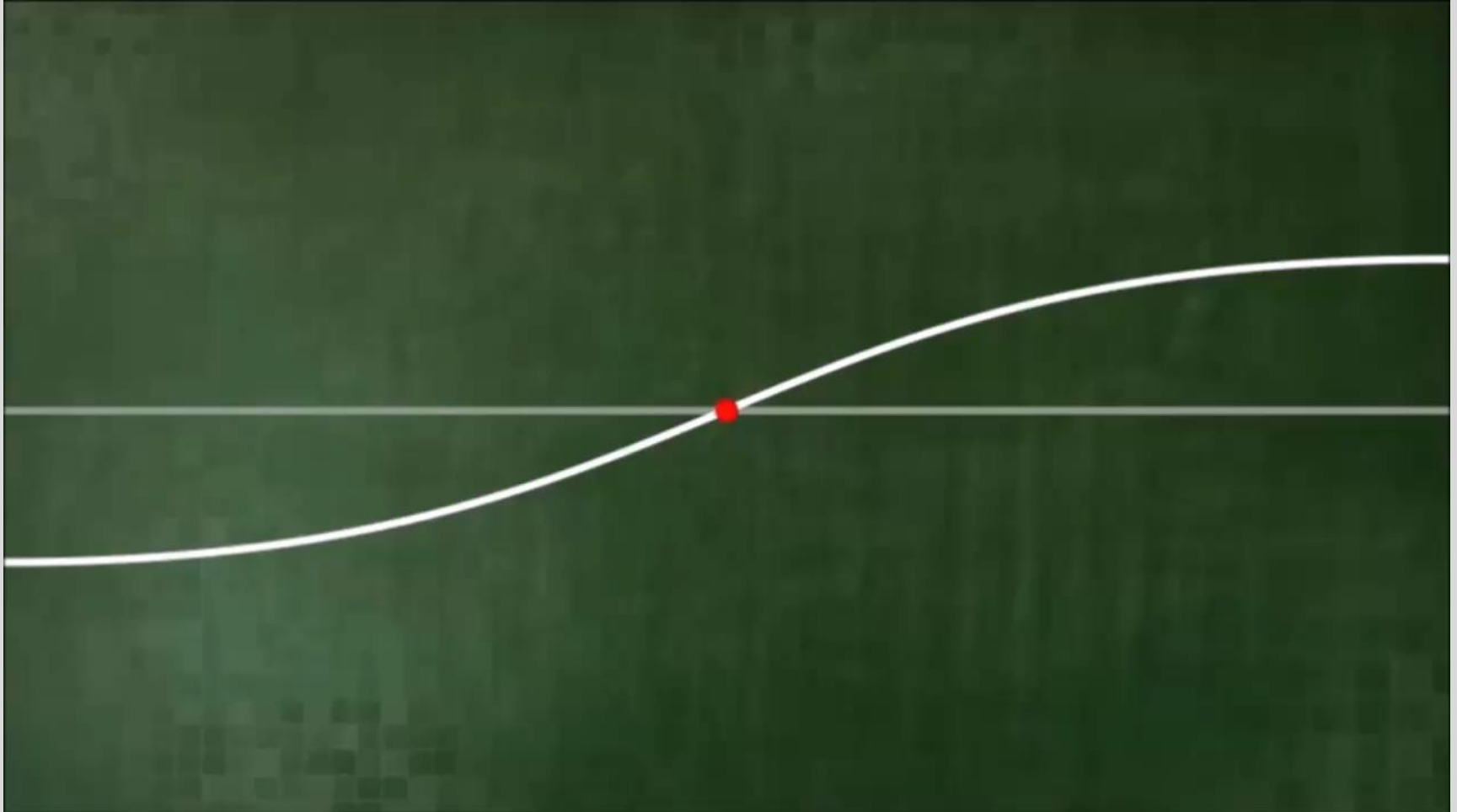
??

Stehende Welle im Potentialtopf

??

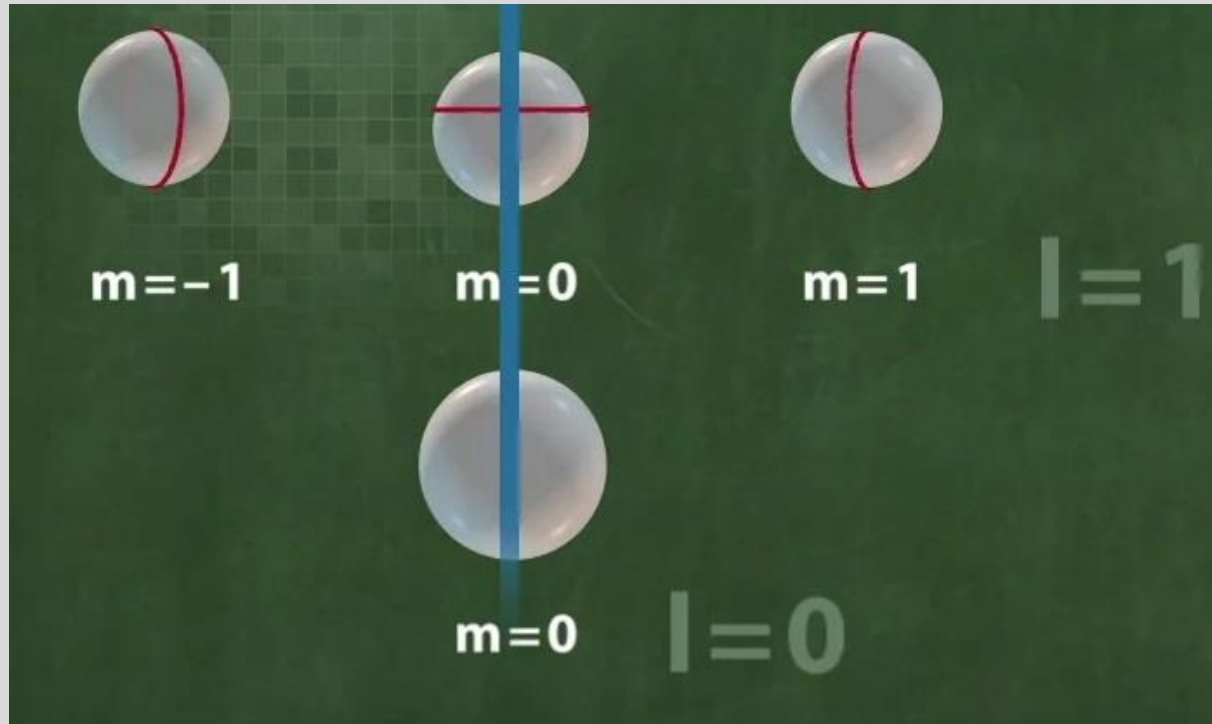


Von Knotenpunkten zu Knotenlinien



<http://www.quantenspiegelungen.de/subdimension-linie-u2/kugelschwingungen/kugelflaechenfunktion/>

Kugelflächenfunktionen



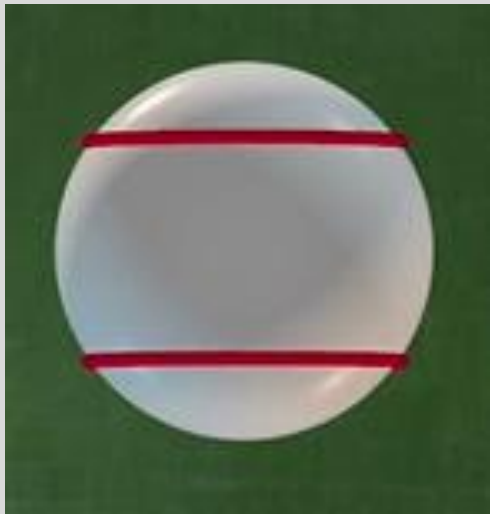
l Anzahl der Knotenlinien auf der Oberfläche

m Anzahl um z-Achse „rotierender“ Knotenlinien
(Vorzeichen gibt Drehrichtung an)

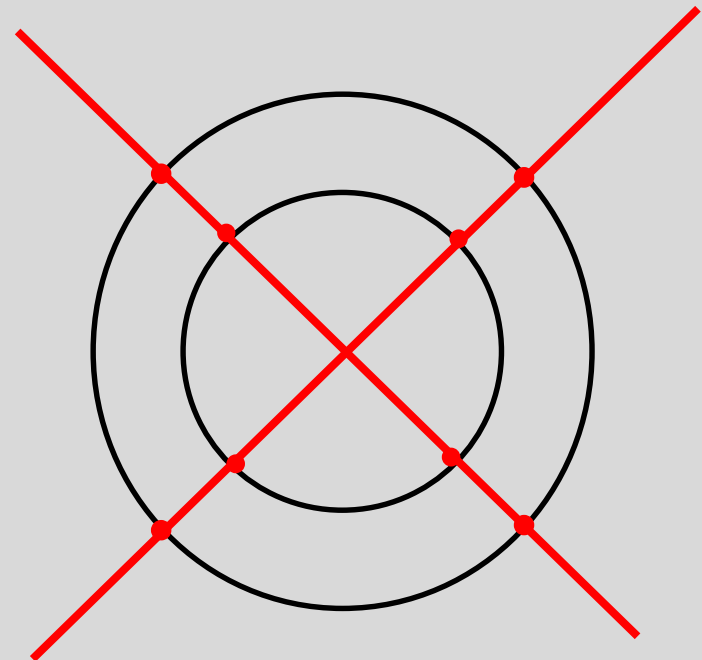
Dreidimensionale Modellierung der Schwingungsmoden

Kugelflächenfunktionen sind unabhängig vom Radius!

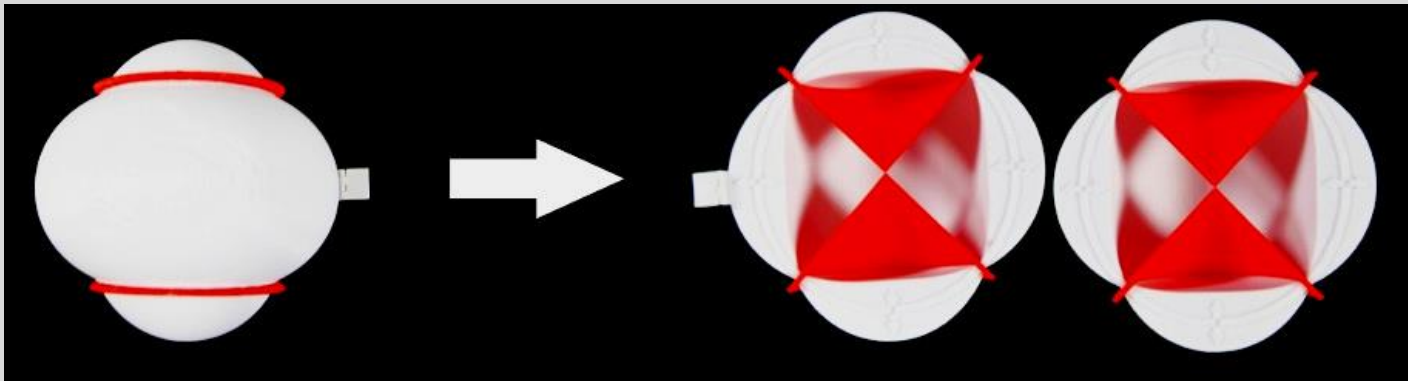
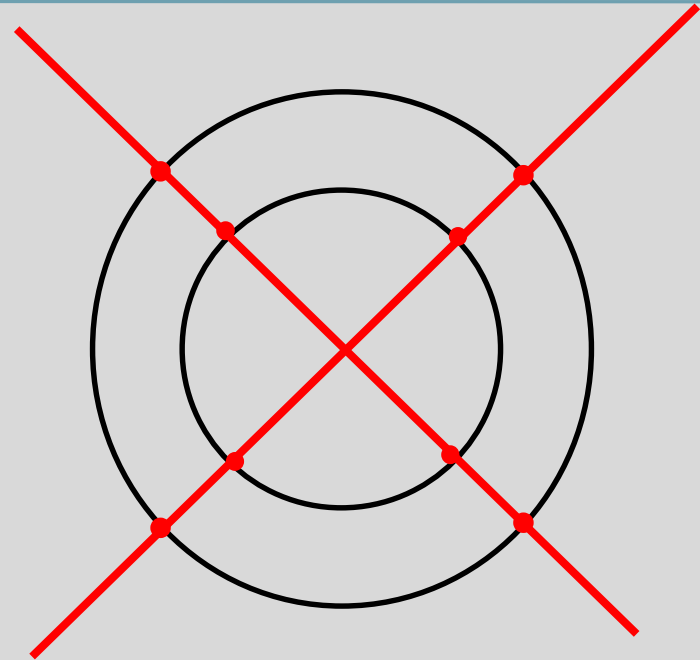
Was bedeutet das in 3D?



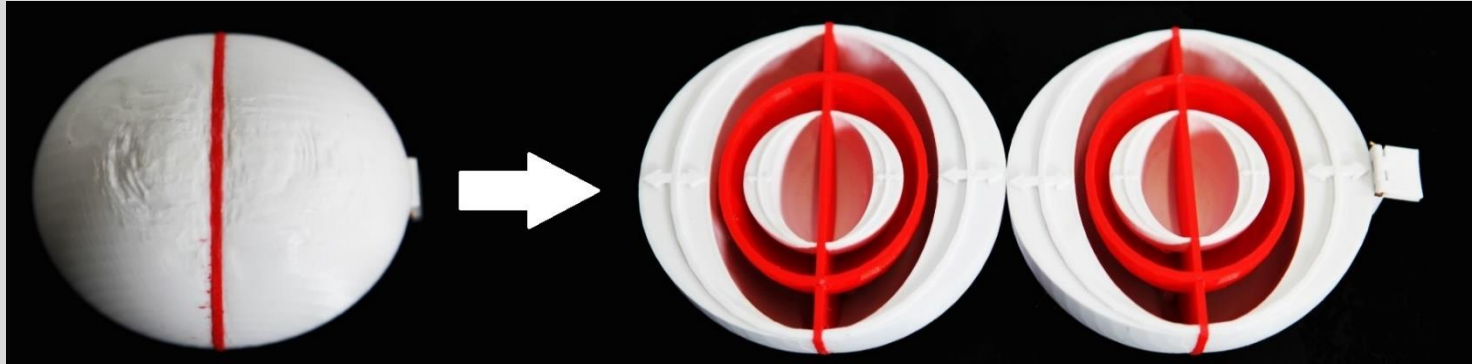
$$l = 2; \quad m = 0$$



Dreidimensionale Modellierung der Schwingungsmoden



Dreidimensionale Modellierung der Schwingungsmoden

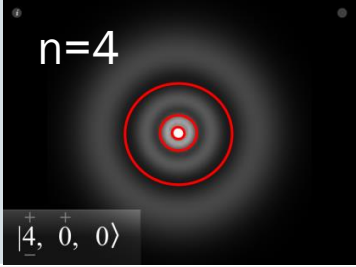
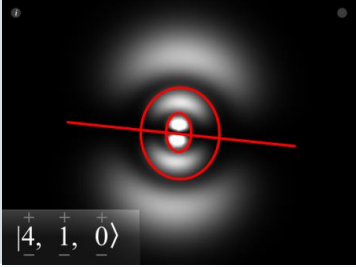
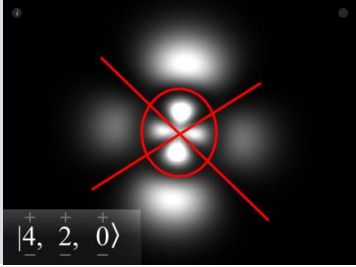
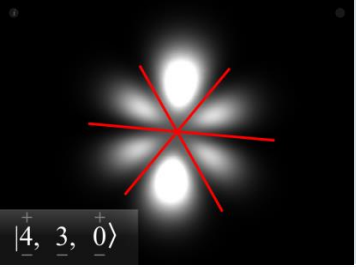
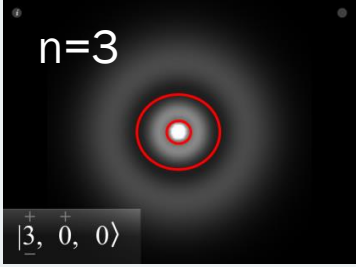
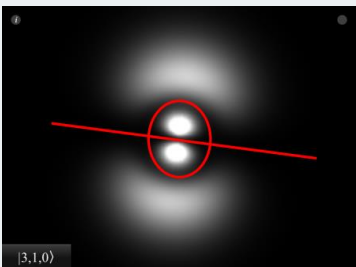
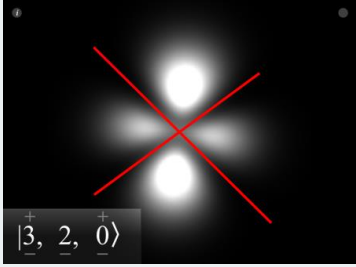
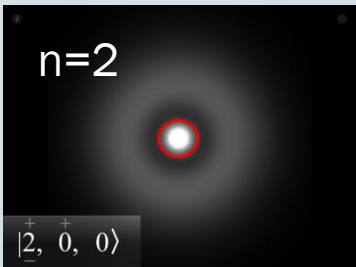
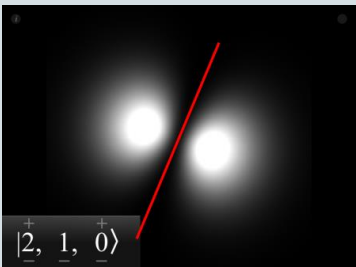
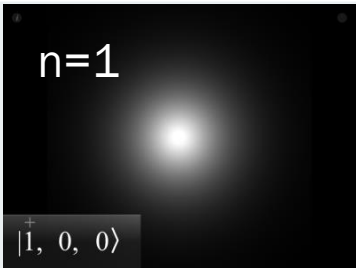


$$\Psi_{nlm}(r, \vartheta, \varphi) = R_{nl}(r)Y_{lm}(\vartheta, \varphi)$$

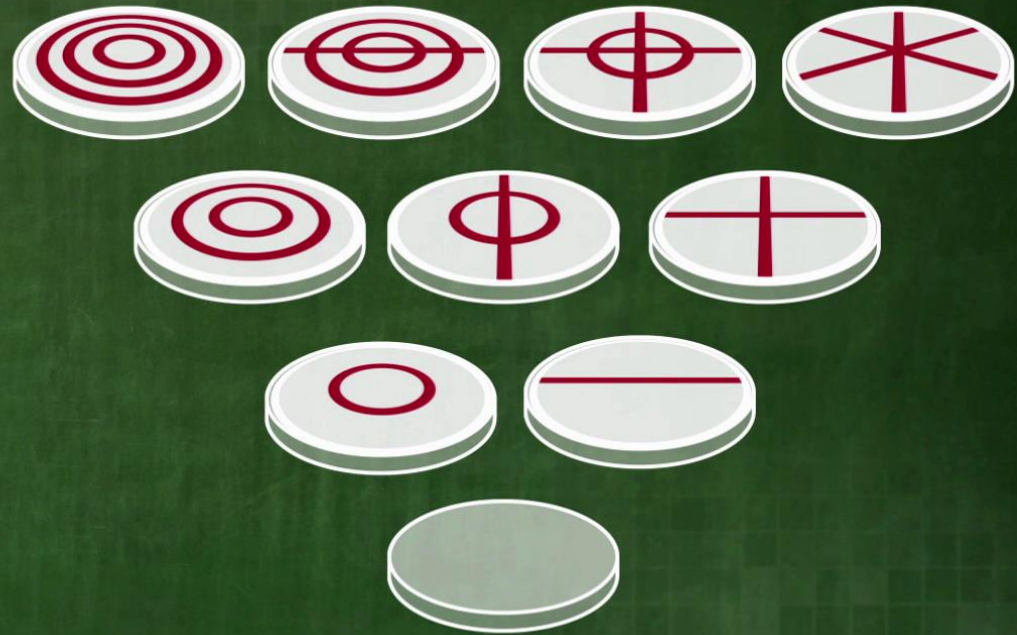
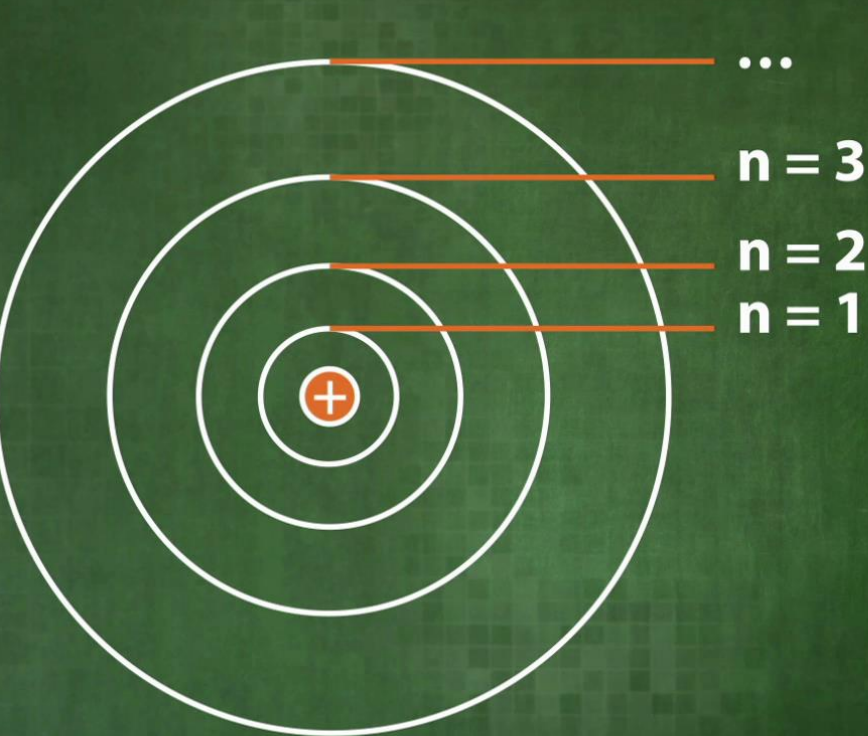
$$|\Psi\rangle = |n l m\rangle$$

- r Anzahl radialer Knotenlinien
- l Anzahl der Knotenlinien auf der Oberfläche
- m Anzahl der Knotenlinien auf der Oberfläche, die die Rotationsachse schneiden (Vorzeichen gibt Drehrichtung an)
- n Hauptquantenzahl $n = r + l + 1$

Pro Spalte: Insgesamt $(n-1) = (r + l)$ Knotenlinien

| | s-Orbital $l=0$ | p-Orbital $l=1$ | d-Orbital $l=2$ | f-Orbital $l=3$ |
|-----|--|---|--|--|
| n=4 |  $ 4, 0, 0\rangle$ |  $ 4, 1, 0\rangle$ |  $ 4, 2, 0\rangle$ |  $ 4, 3, 0\rangle$ |
| n=3 |  $ 3, 0, 0\rangle$ |  $ 3, 1, 0\rangle$ |  $ 3, 2, 0\rangle$ | |
| n=2 |  $ 2, 0, 0\rangle$ |  $ 2, 1, 0\rangle$ | | |
| n=1 |  $ 1, 0, 0\rangle$ | | | |
| | | | Wahrscheinlichkeitsdichte pro Volumenelement = Betragsquadrat der Wellenfunktion | |

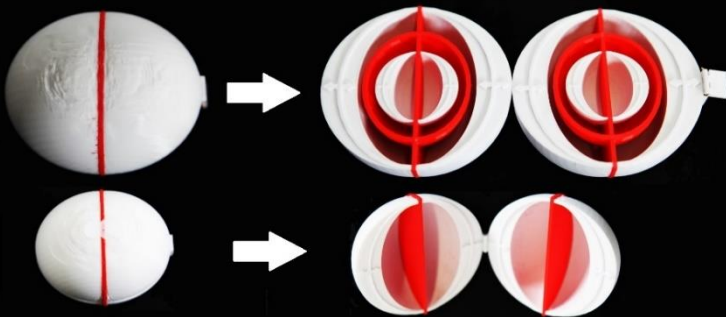
Modellierung der Energieniveaus als stehende Wellen in 2D und 3D



$l=1$

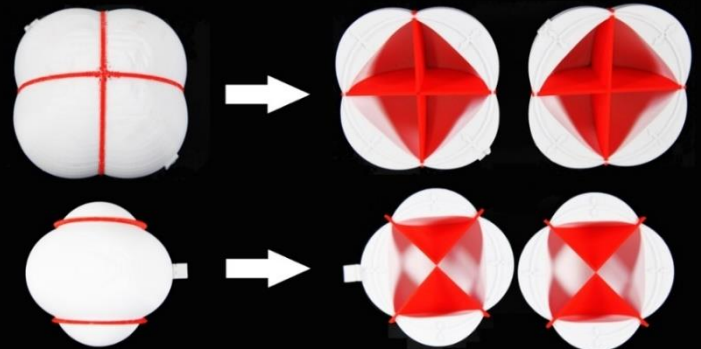
$\eta=1$

$\eta=0$



$l=2$

$\eta=0$

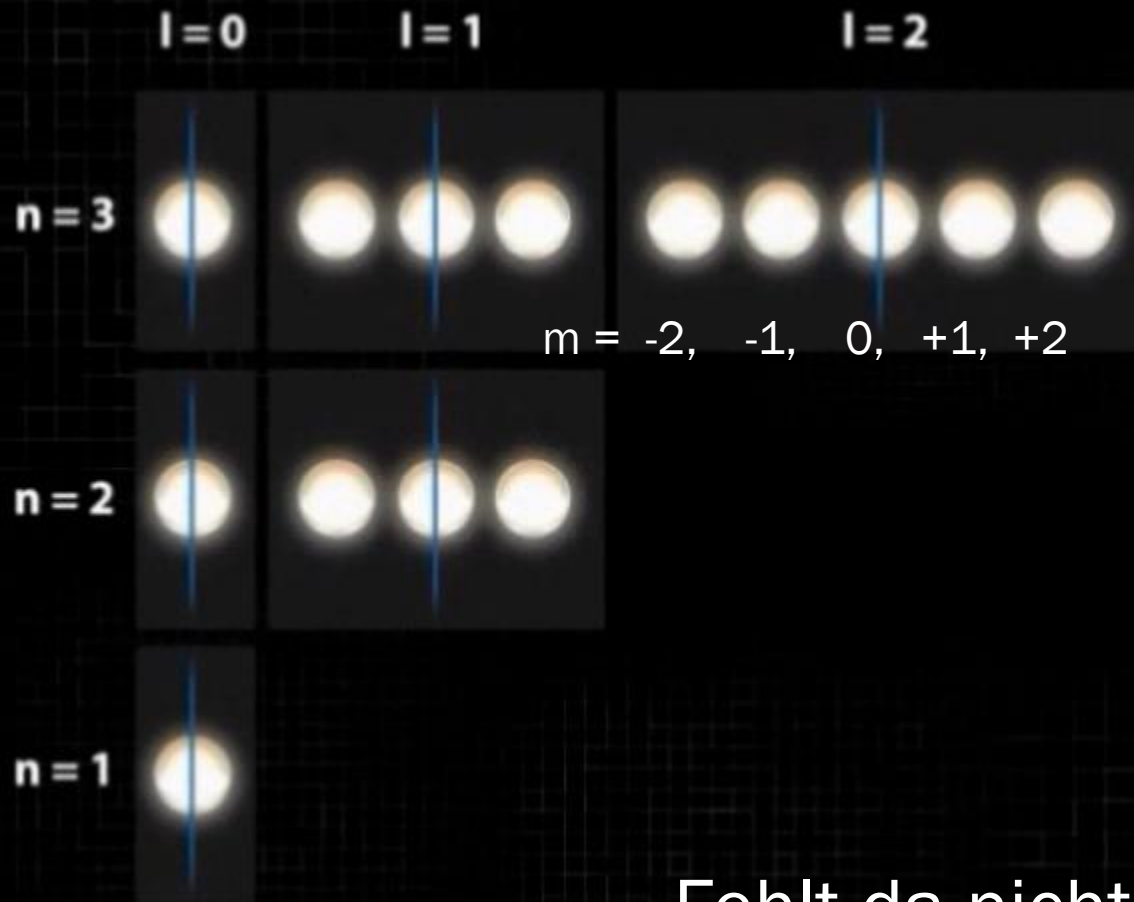


Analogie zu Cladni'schen Klangfiguren



<http://www.quantenspiegelungen.de/subdimension-linie-u2/kugelschwingungen/chladni-figuren/>

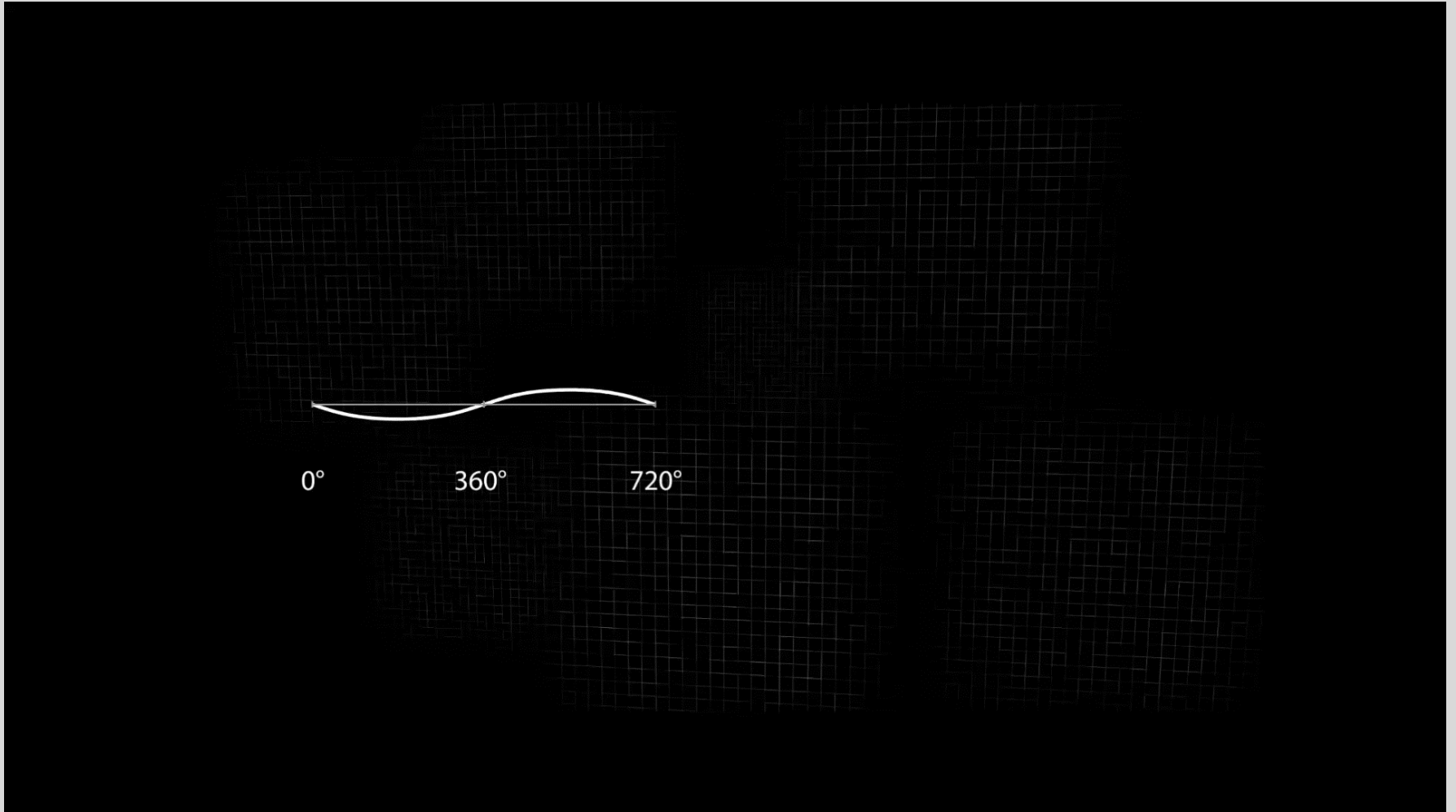
Der Orbitalteil der Wellenfunktion



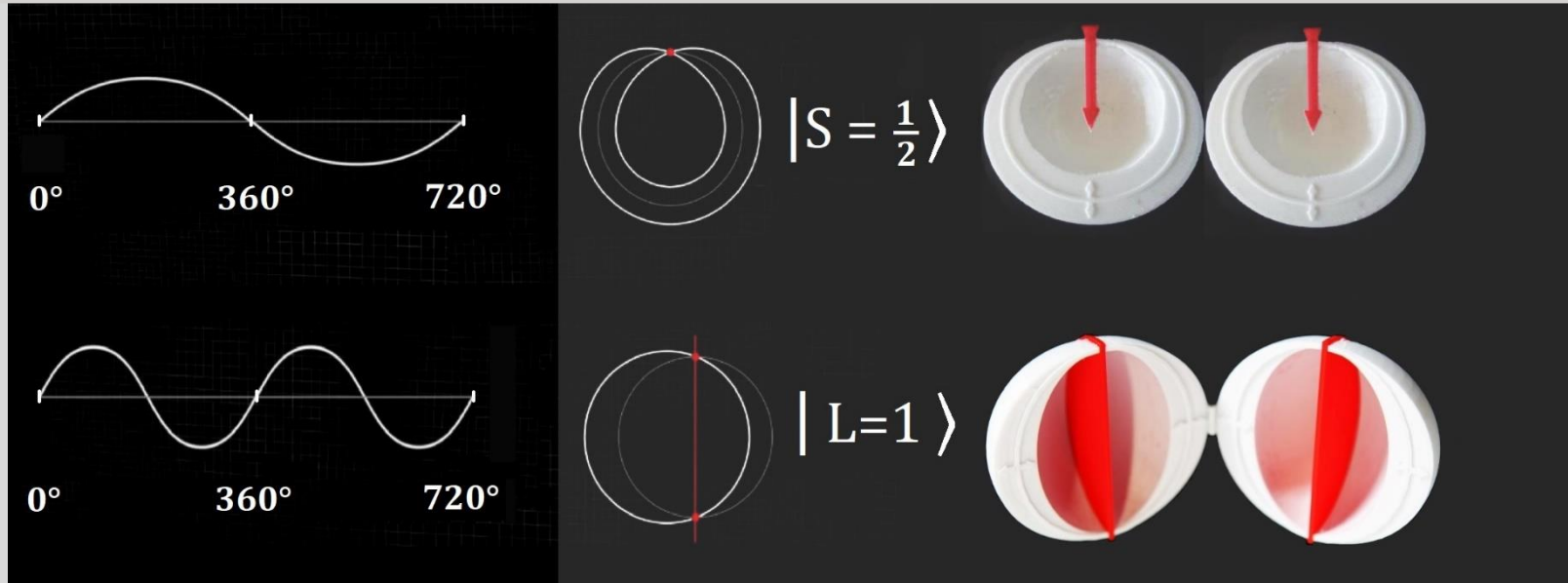
Fehlt da nicht was?

$$\psi_{nlms} = R_{nl} Y_{lm} \chi_s$$

Modellierung vom Spins als stehende Welle mit einem Knotenpunkt

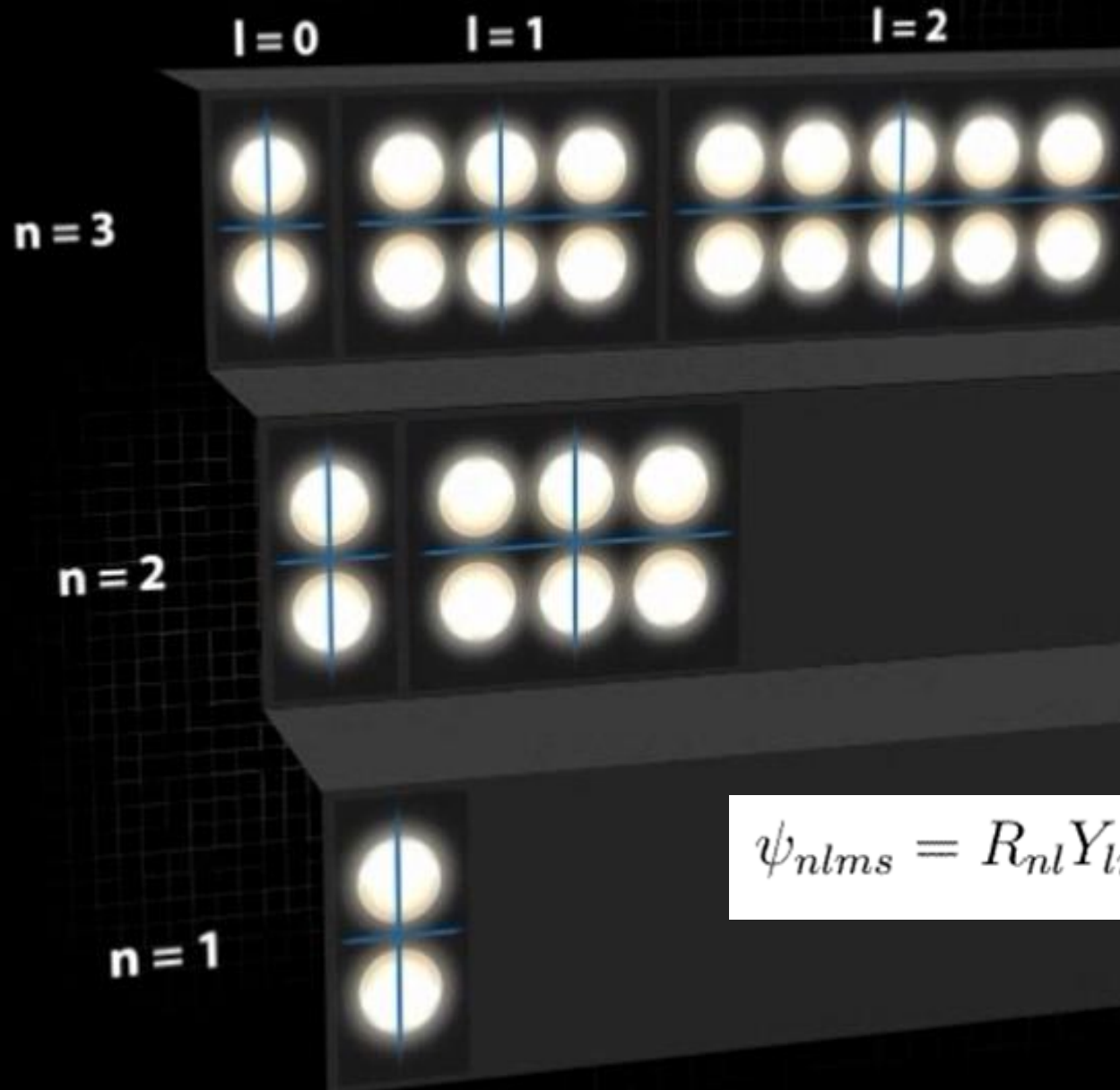


Modellierung von Spin und Orbital als stehende Wellen



Stefan Heusler, Malte Ubben, „Modeling spin“, European Journal of physics 39 (6) 2018

Quantenzustände des Wasserstoffatoms

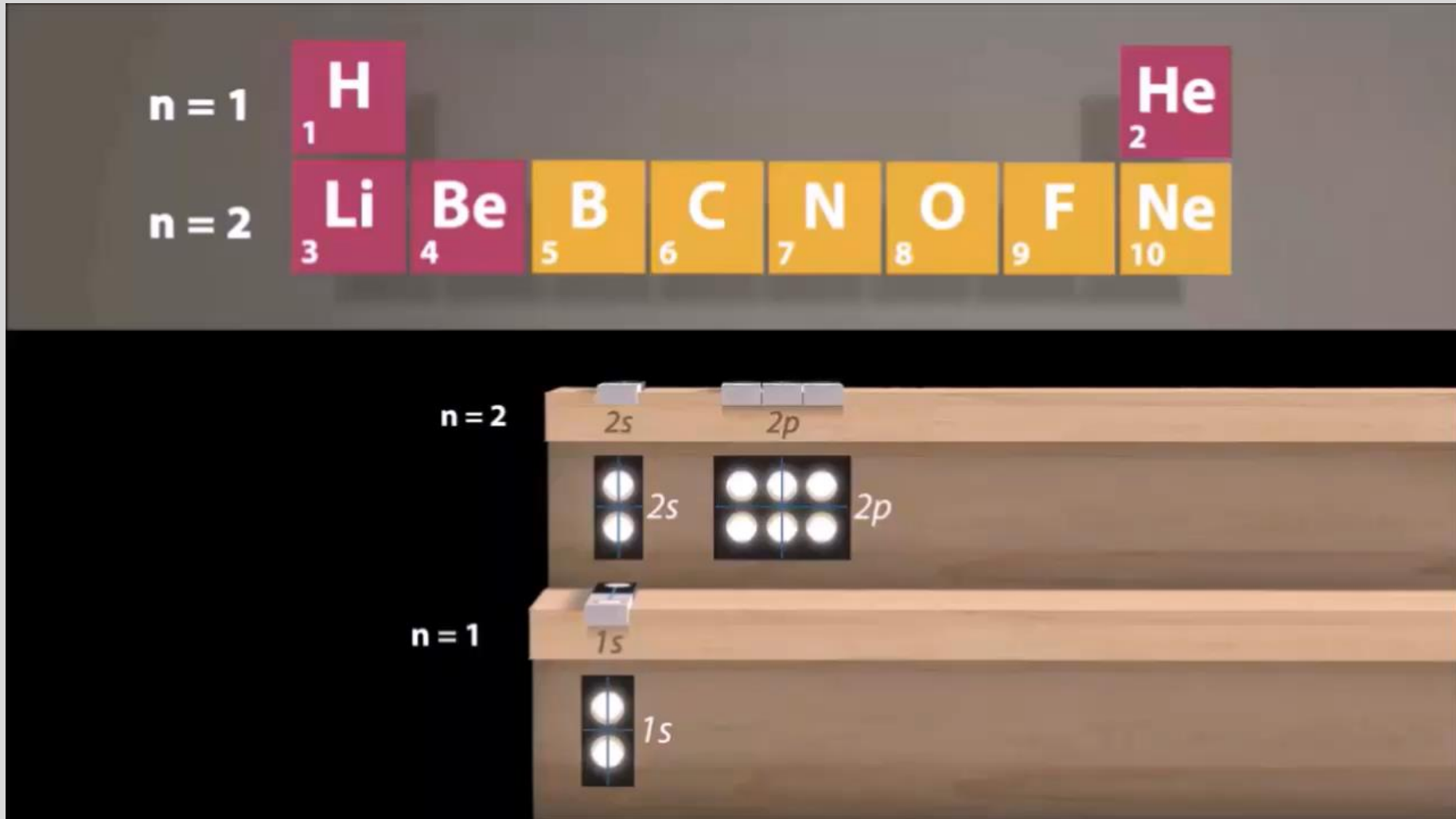


$$\psi_{nlms} = R_{nl} Y_{lm} \chi_s$$

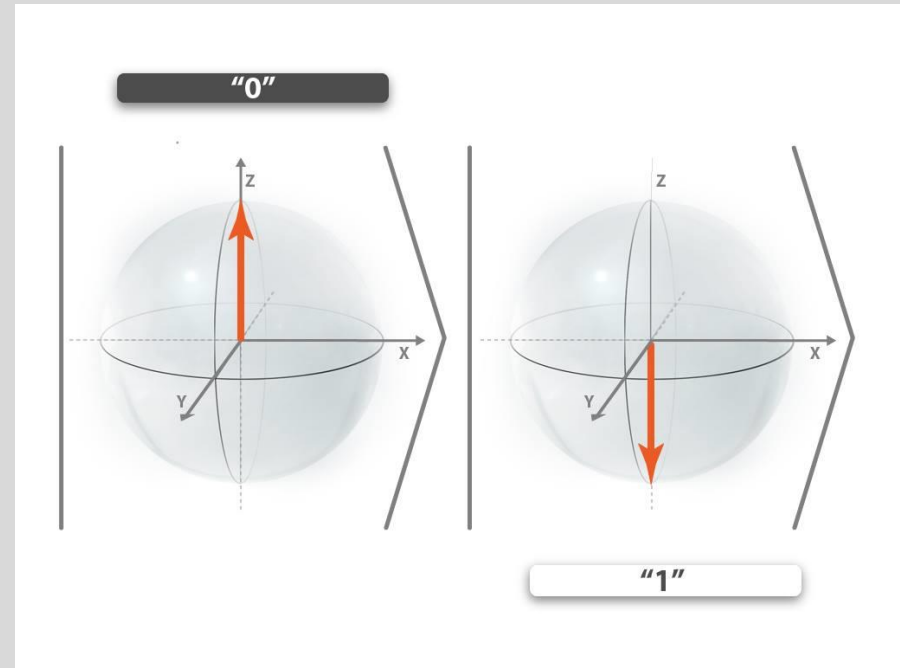
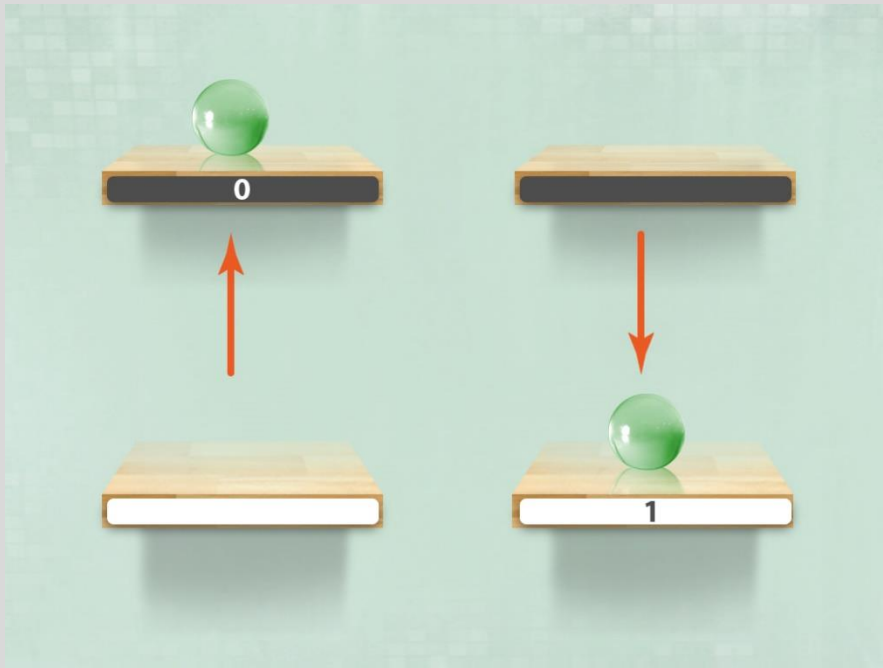
Modellierung vom Aufbau des Periodensystems



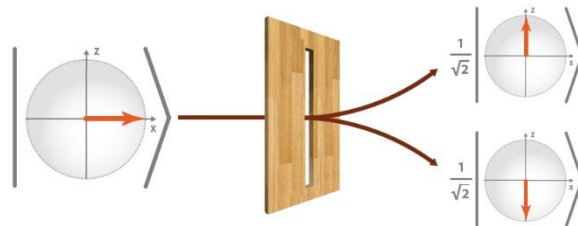
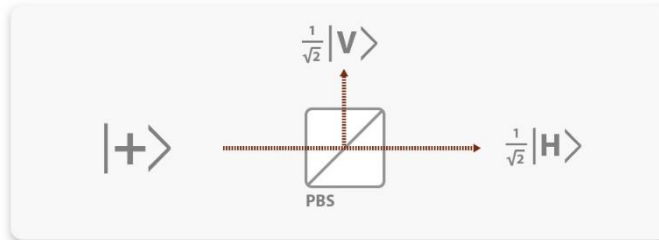
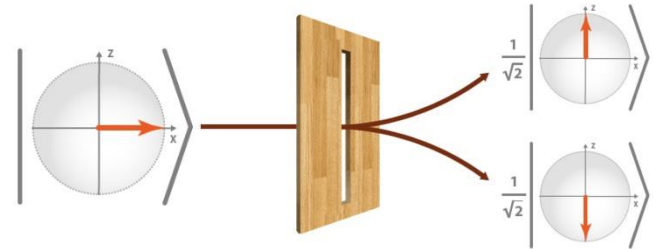
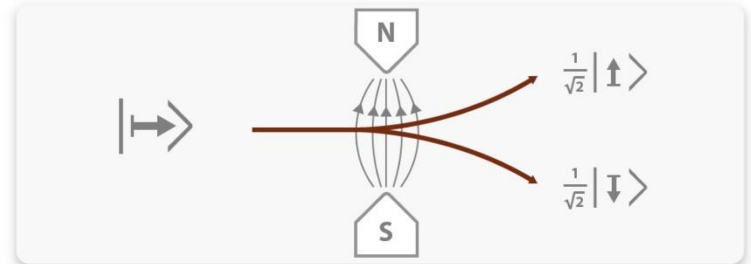
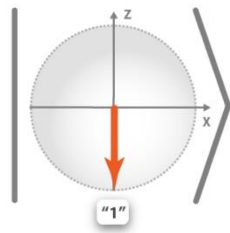
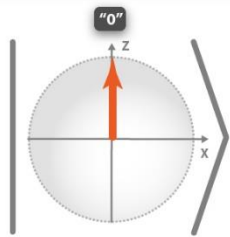
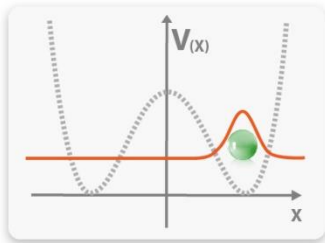
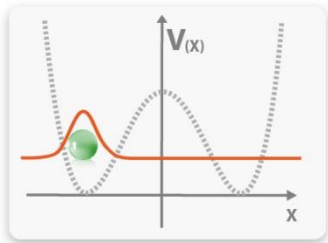
Modellierung vom Aufbau des Periodensystems



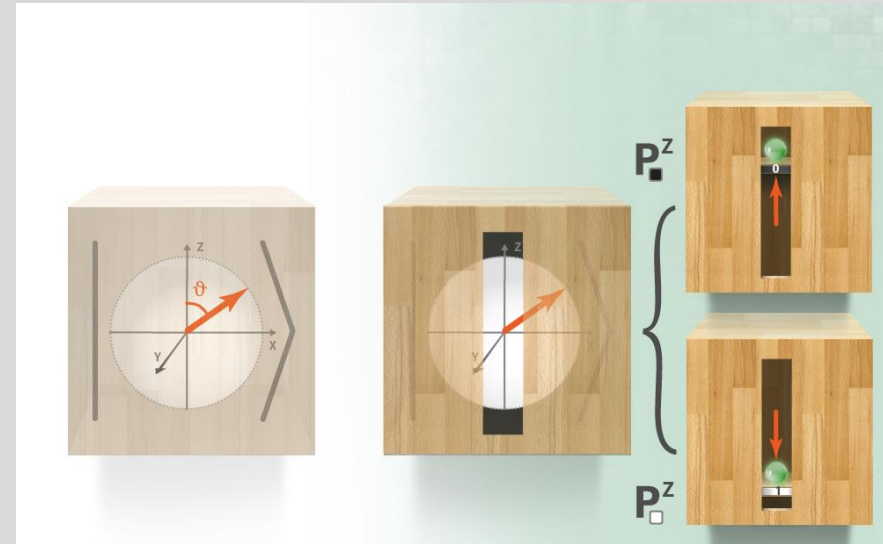
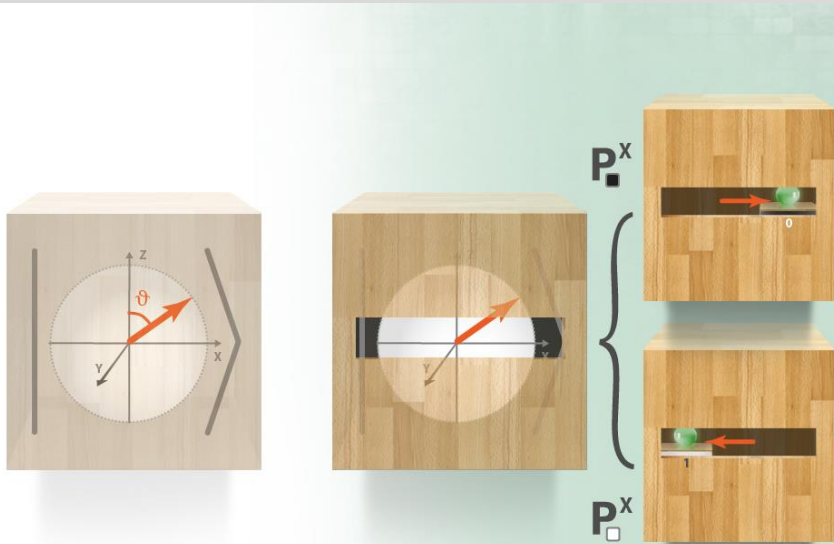
Allgemeine Visualisierung von Qubits



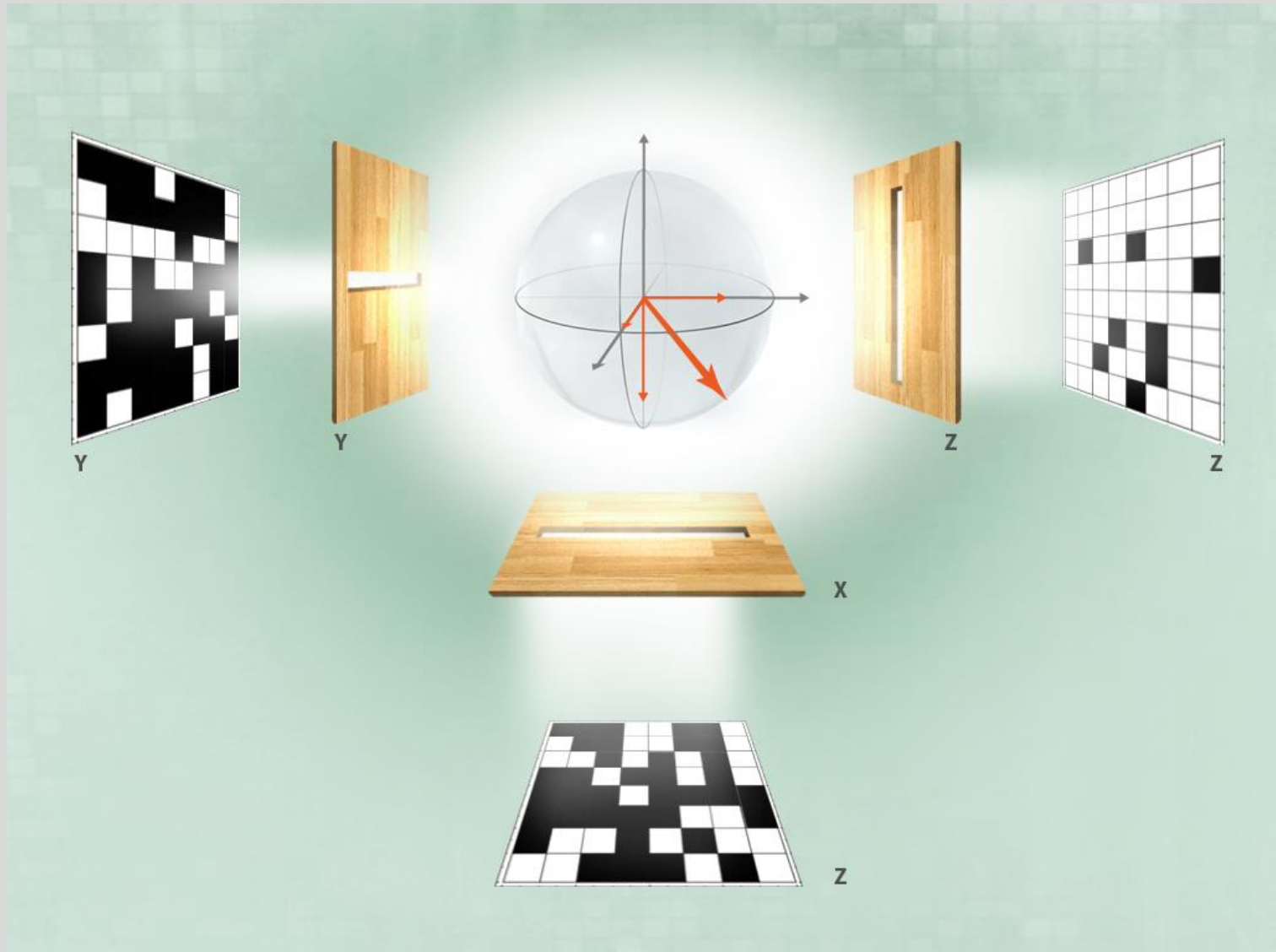
Beispiele von Qubits



Visualisierung vom Messprozess



Quanten-Tomographie



Visualisierung eines Gemischs

$$\left| \begin{array}{c} z \\ \circlearrowleft \\ x \end{array} \right\rangle = \left\{ 100\% \frac{1}{\sqrt{2}} \left| \begin{array}{c} z \\ \uparrow \\ \circlearrowleft \\ x \end{array} \right\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} \left| \begin{array}{c} z \\ \downarrow \\ \circlearrowleft \\ x \end{array} \right\rangle \right\}$$

n = 1

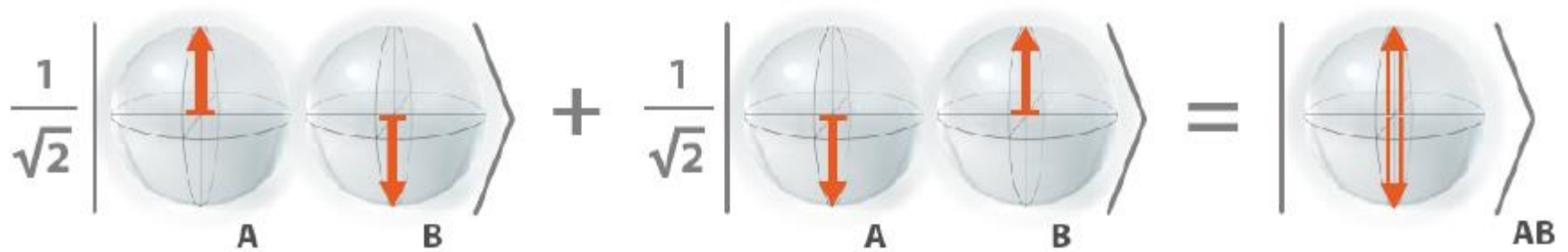
$$\left| \begin{array}{c} z \\ \circlearrowleft \\ x \end{array} \right\rangle = \left\{ 20\% \frac{1}{\sqrt{2}} \left| \begin{array}{c} z \\ \uparrow \\ \circlearrowleft \\ x \end{array} \right\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} \left| \begin{array}{c} z \\ \downarrow \\ \circlearrowleft \\ x \end{array} \right\rangle, 40\% \left| \begin{array}{c} z \\ \uparrow \\ \circlearrowleft \\ x \end{array} \right\rangle, 40\% \left| \begin{array}{c} z \\ \downarrow \\ \circlearrowleft \\ x \end{array} \right\rangle \right\}$$

n = 0,2

$$\left| \begin{array}{c} z \\ \circ \\ x \end{array} \right\rangle = \left\{ 50\% \left| \begin{array}{c} z \\ \uparrow \\ \circ \\ x \end{array} \right\rangle, 50\% \left| \begin{array}{c} z \\ \downarrow \\ \circ \\ x \end{array} \right\rangle \right\}$$

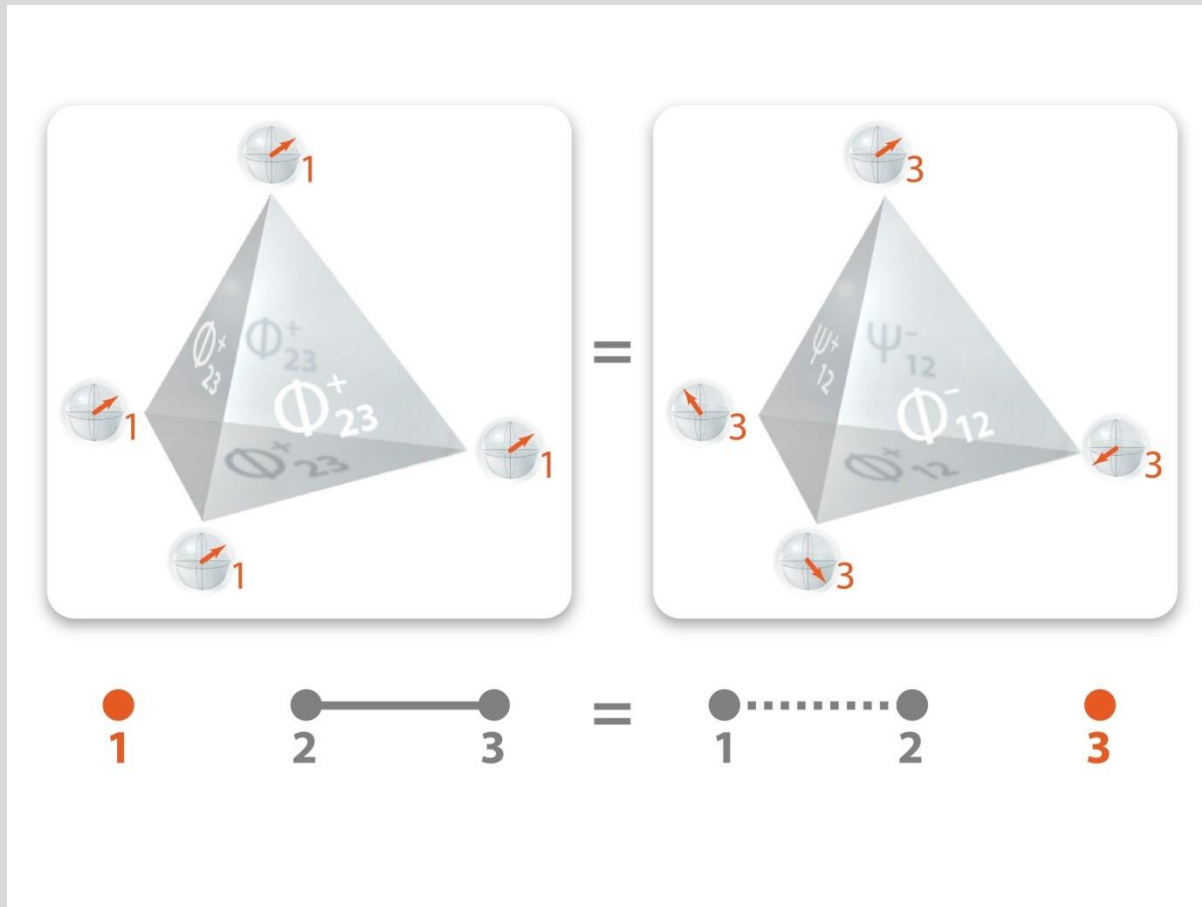
n = 0

Visualisierung von Verschränkung



W. Dür, S. Heusler, "Was man von zwei Qubits über Quantenphysik lernen kann: Verschränkung und Quantenkorrelationen,"
PhyDid-A, Nr. 13 (2014), Band 1

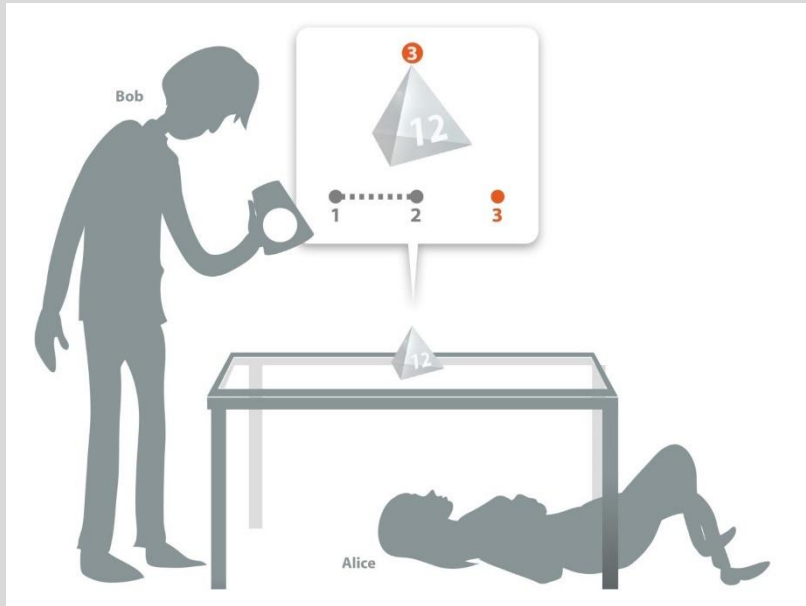
Visualisierung von Teleportation



Wolfgang Dür, Raphael Lamprecht & Stefan Heusler (2017) "Towards a quantum internet", [European Journal of Physics, Volume 38, Number 4](#)

Wolfgang Dür, Stefan Heusler (2016): „Das Quanten-Internet“, PdN Physik in der Schule, Heft 1, 65. Jahrgang

Visualisierung von Teleportation

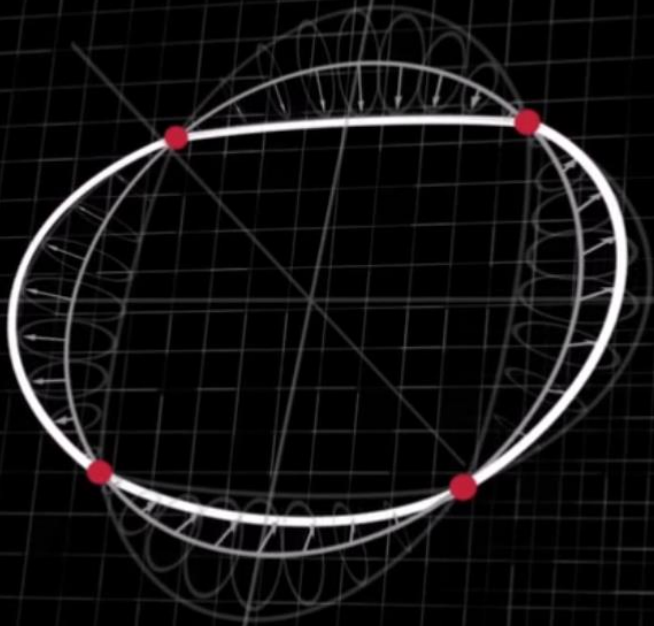


Wolfgang Dür, Raphael Lamprecht & Stefan Heusler (2017) "Towards a quantum internet", European Journal of Physics, Volume 38, Number 4

Wolfgang Dür, Stefan Heusler (2016): „Das Quanten-Internet“, PdN Physik in der Schule, Heft 1, 65. Jahrgang

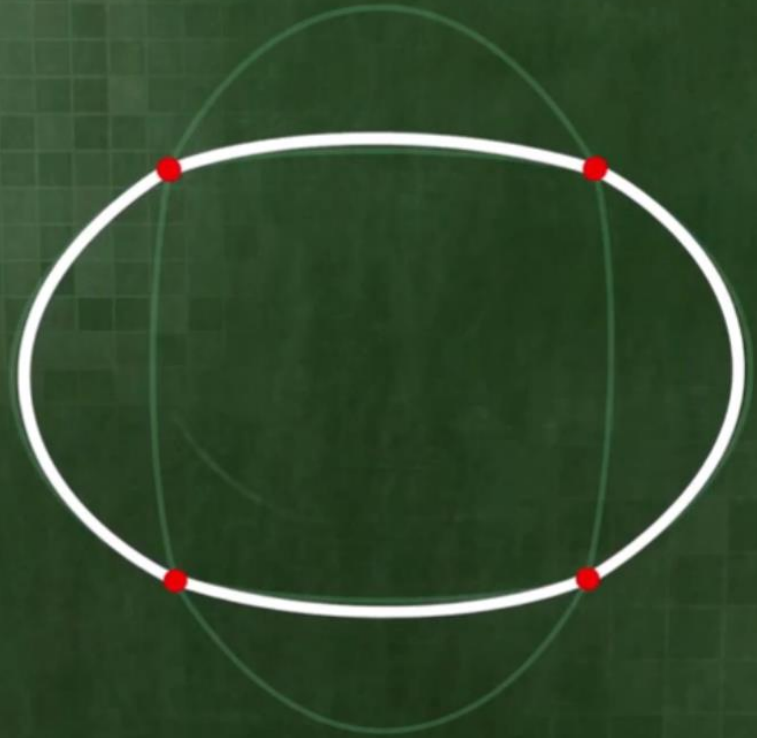
Vergleich stehender Wellen in klassischer und in Quantenphysik

Quantenphysik



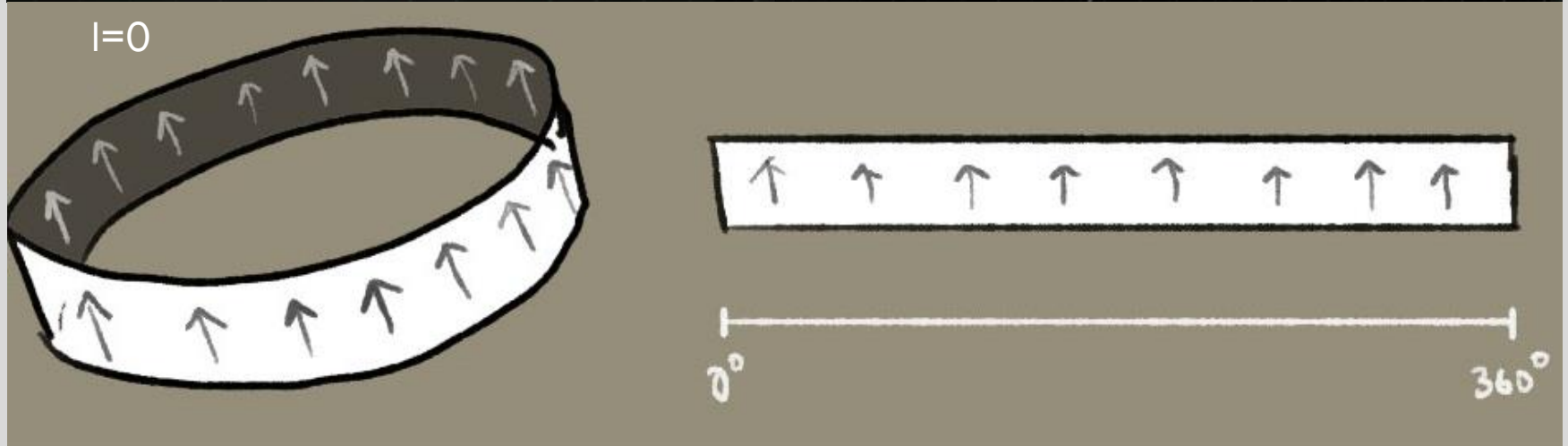
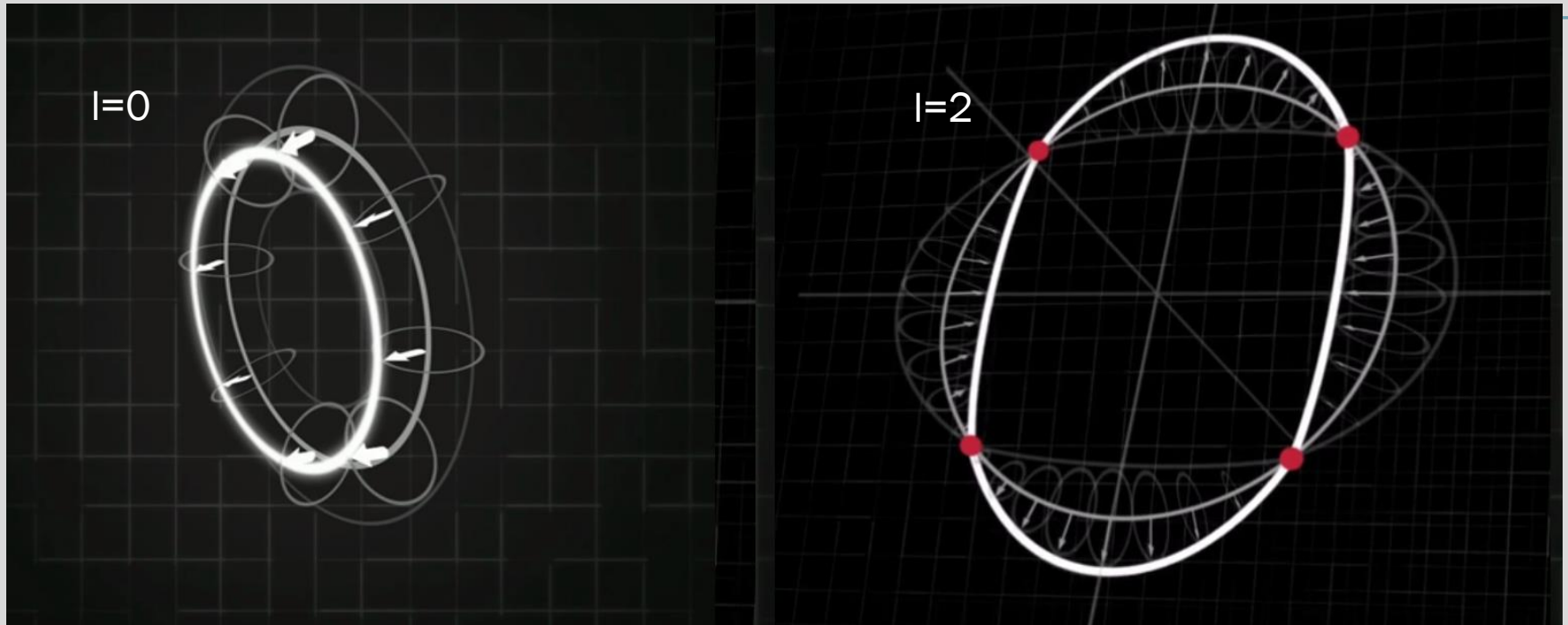
Komplexe Amplituden im Hilbertraum
(Quantendimension)

Klassische Physik

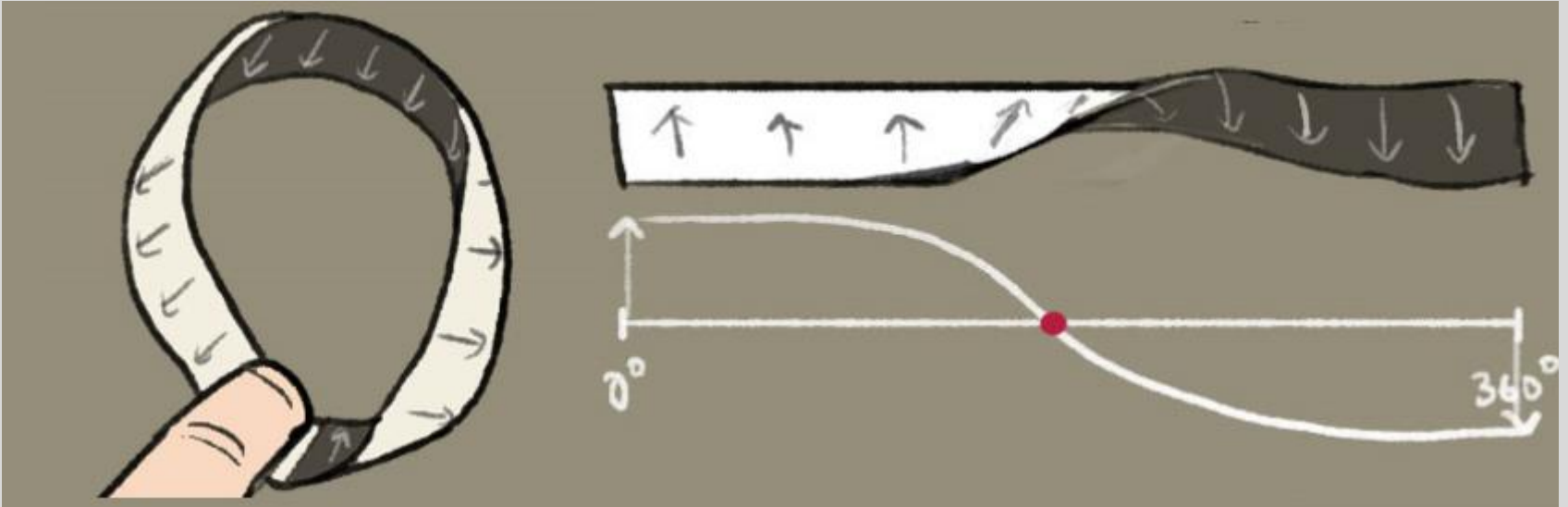


Reale, direkt beobachtbare Schwingungen

Visualisierung komplexer Amplituden



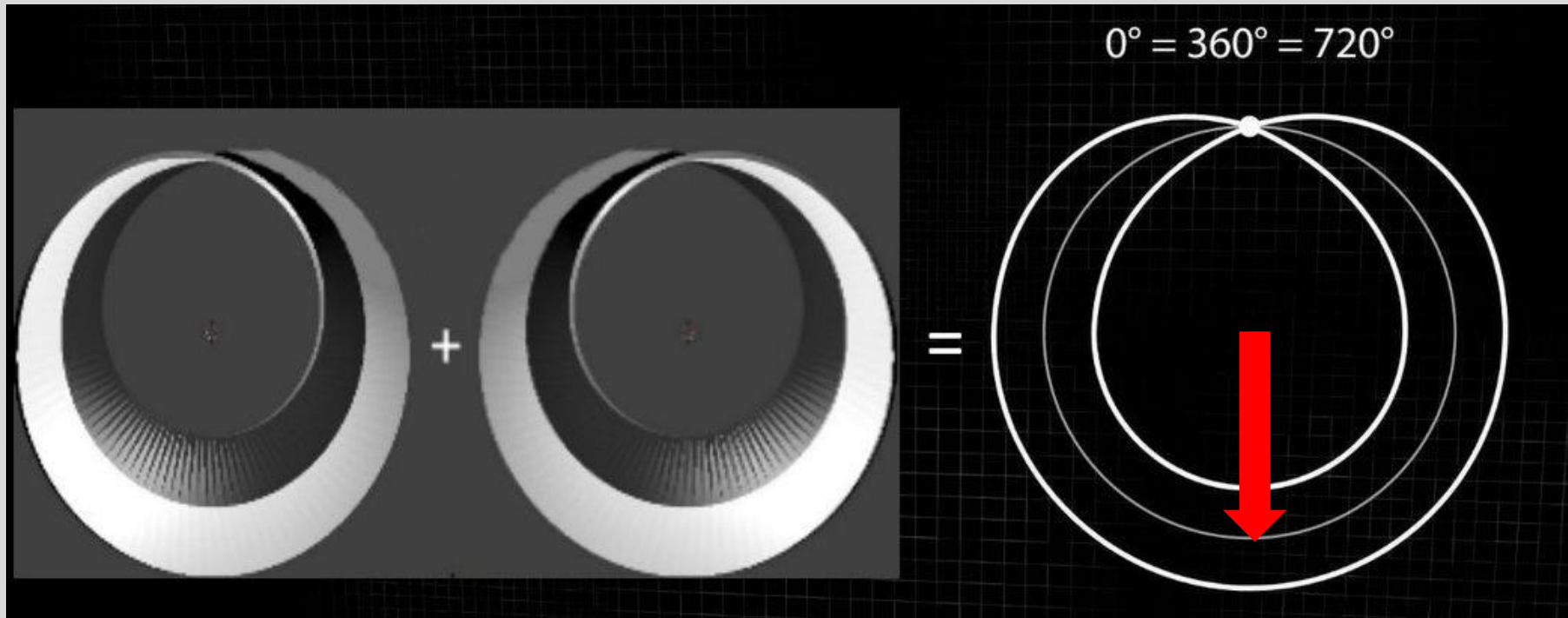
Ein Twist



Bei ungerader Anzahl von Twists ergibt sich ein Möbius-Band!

Nach 360° : Upside-Down am selben Punkt, erst nach 720° zurück am Ausgangspunkt

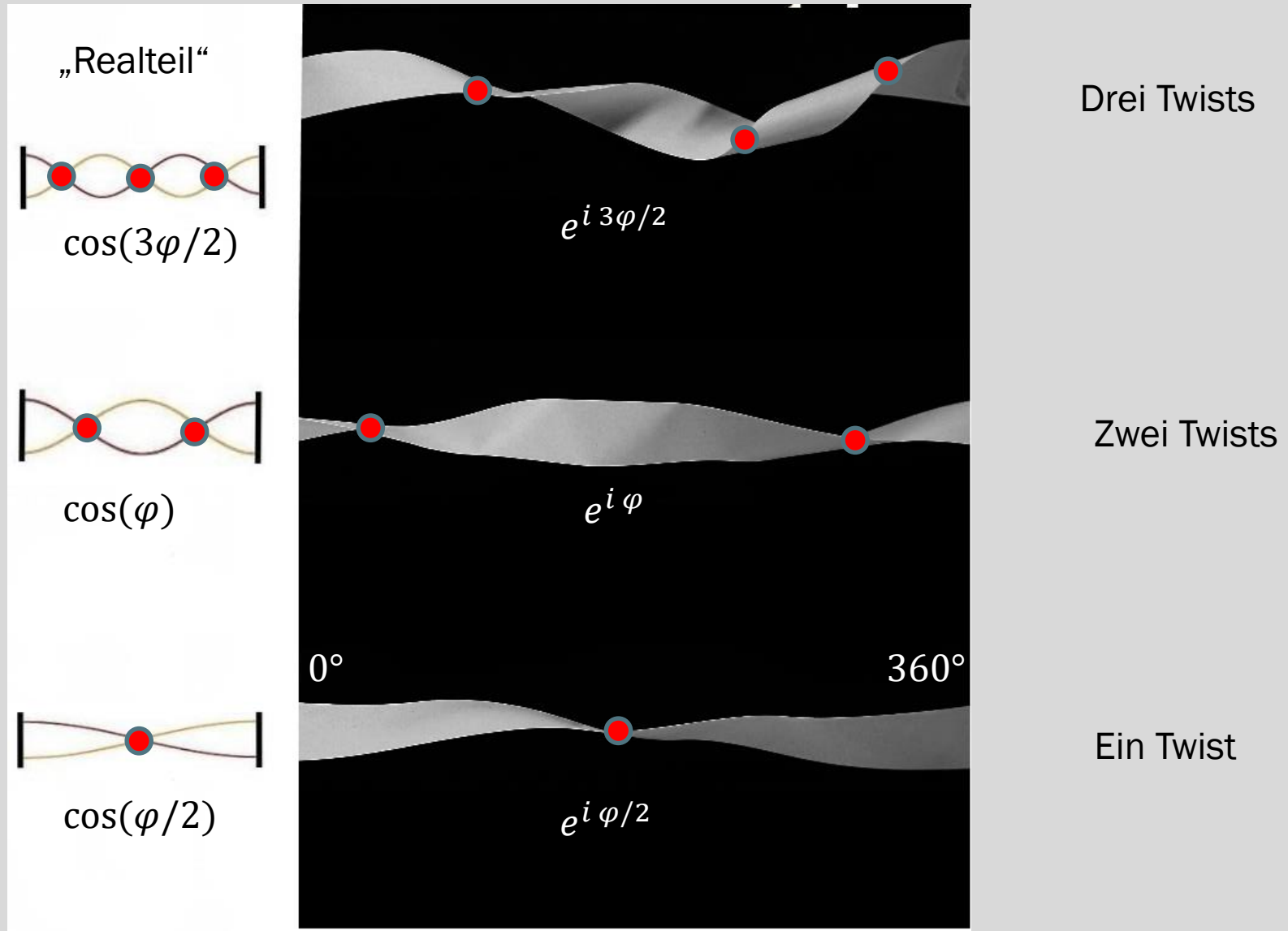
Spin $\frac{1}{2}$ Zustände



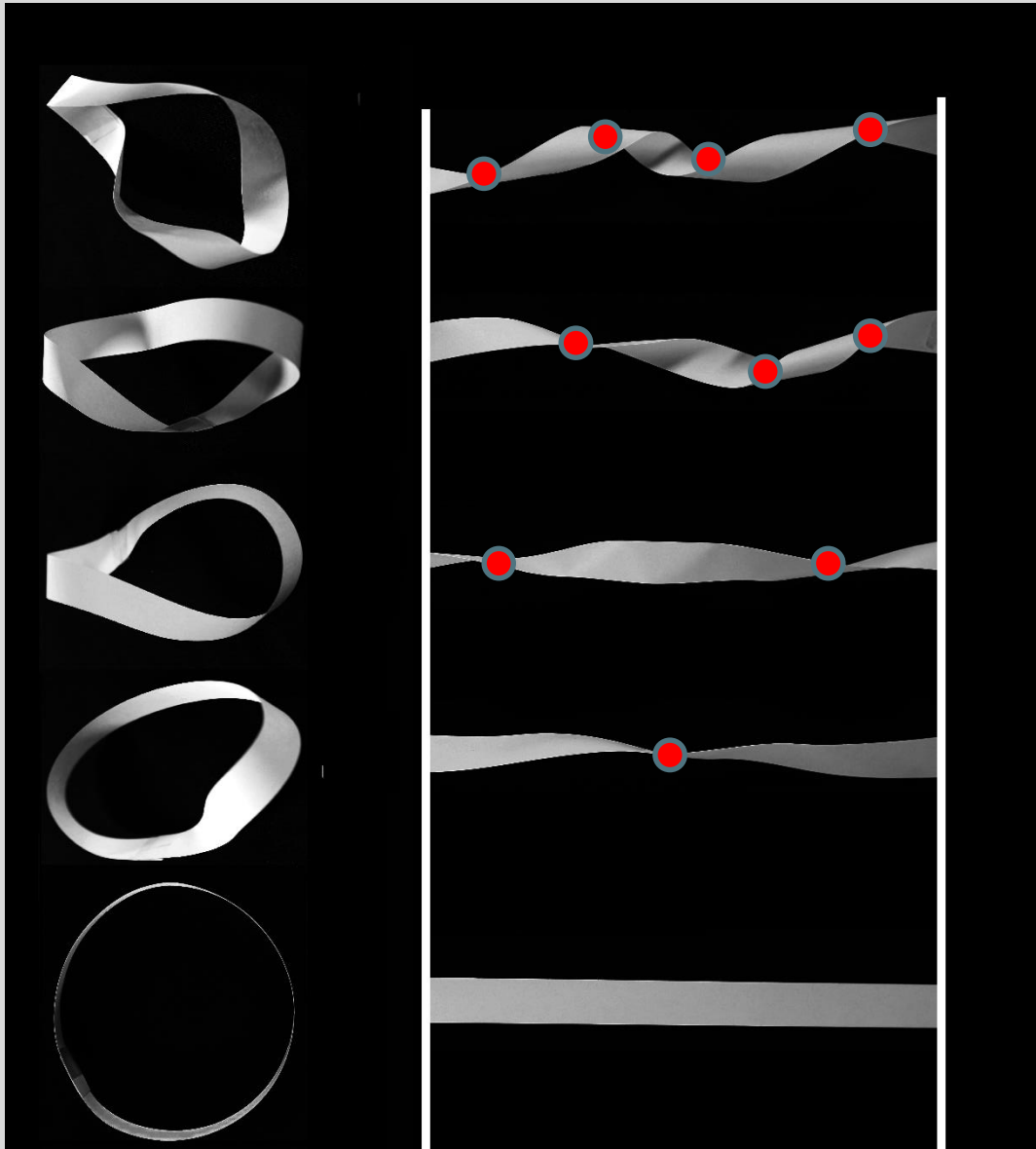
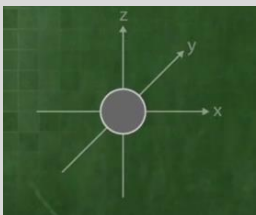
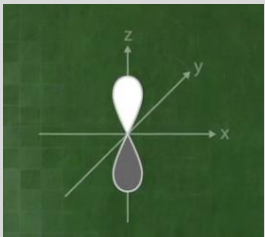
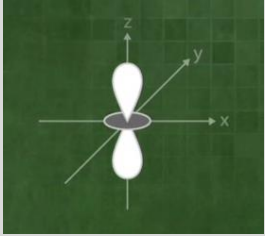
Superposition von rechts- und linksdrehendem Twist:

$$e^{i\varphi/2} + e^{-i\varphi/2} \sim \cos(\varphi/2)$$

Phasenmodell der Amplitude im Potentialtopf



Periodische komplexer Phasen



$l=2$ (d-Orbital)
4 Knotenpunkte

Spin 3/2

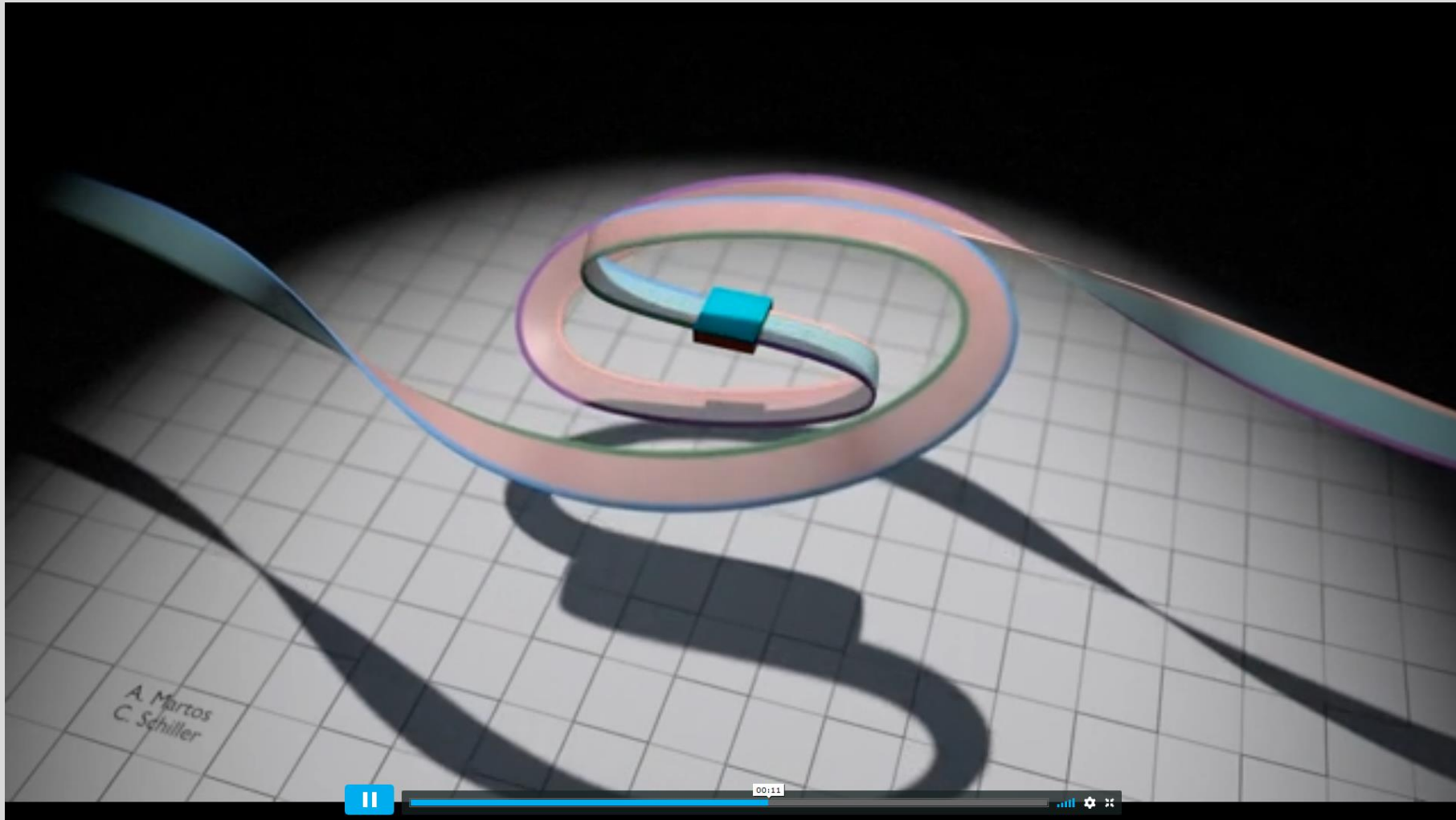
$l=1$ (p-Orbital)
2 Knotenpunkte

Spin 1/2

$l=0$ (s-Orbital)
2 Knotenpunkte

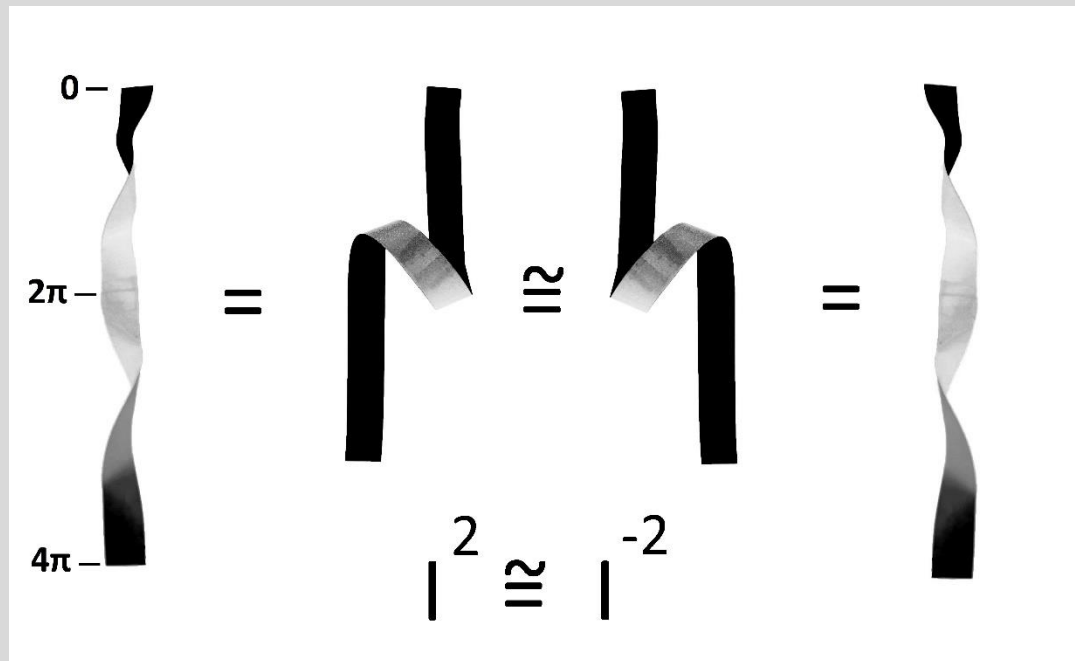
Dirac'scher Gürteltrick

<https://vimeo.com/62228139>



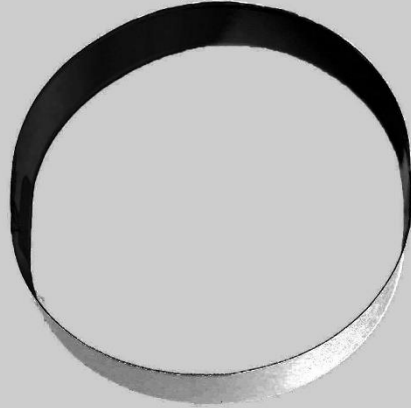
Dirac'scher Gürteltrick

<https://vimeo.com/62228139>



Phase von Spin $\frac{1}{2}$ Zustand in 720° -Welt und in 360° -Welt

720° -Welt (Hilbertraum)

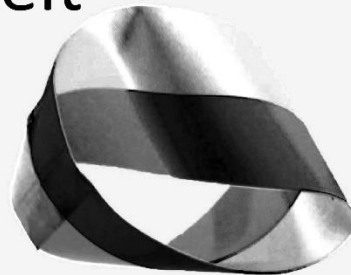


Dirac-Trick

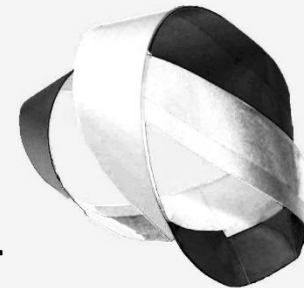
Gürtel mit vier Twists
(Zwei Oberflächen in 720°)



360° -Welt



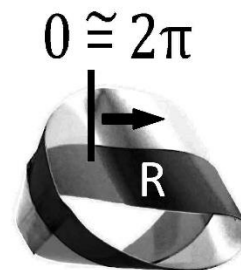
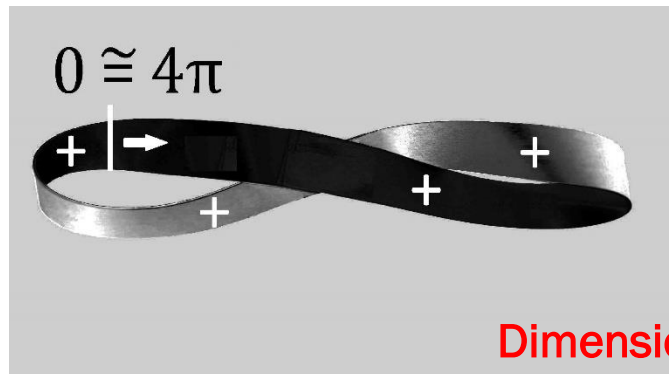
Zusammen-
kleben



Möbius-Band mit einem Twist
(Eine Oberfläche in 360°)

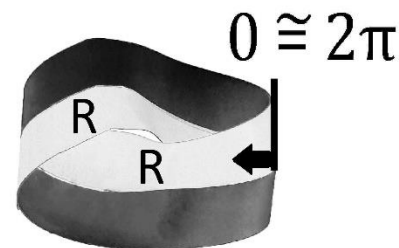
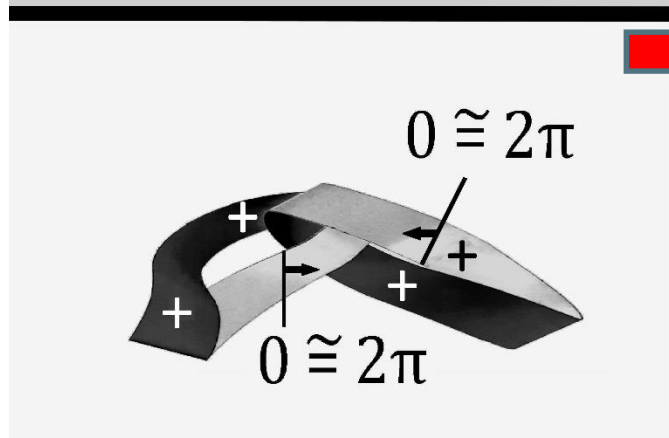
Hilbertraum

Observablen



$j=1/2$

Dimensionsreduktion

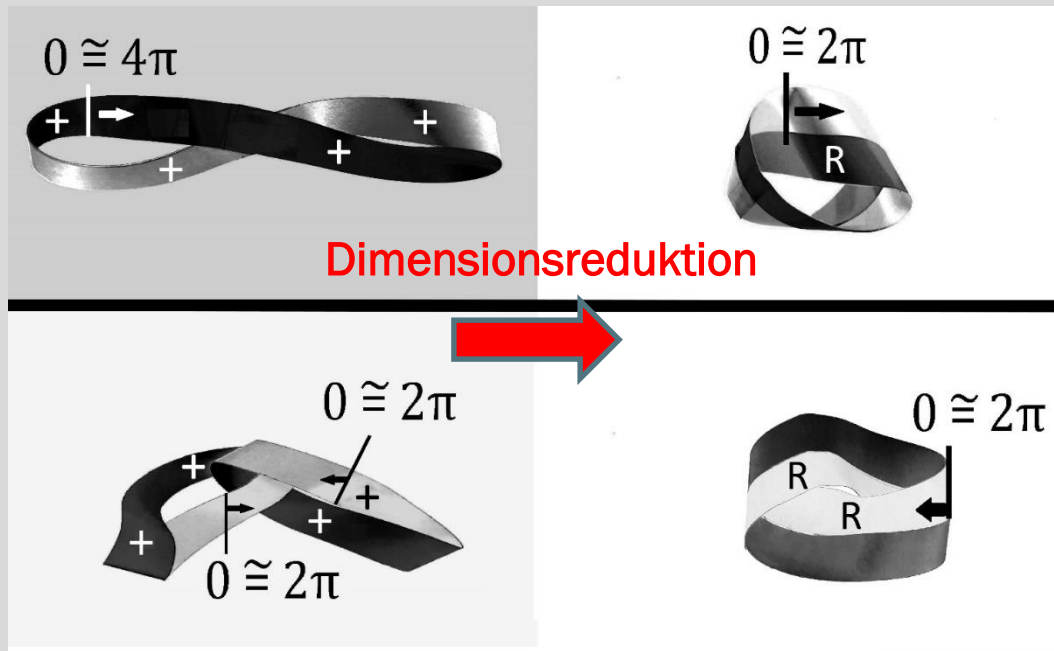
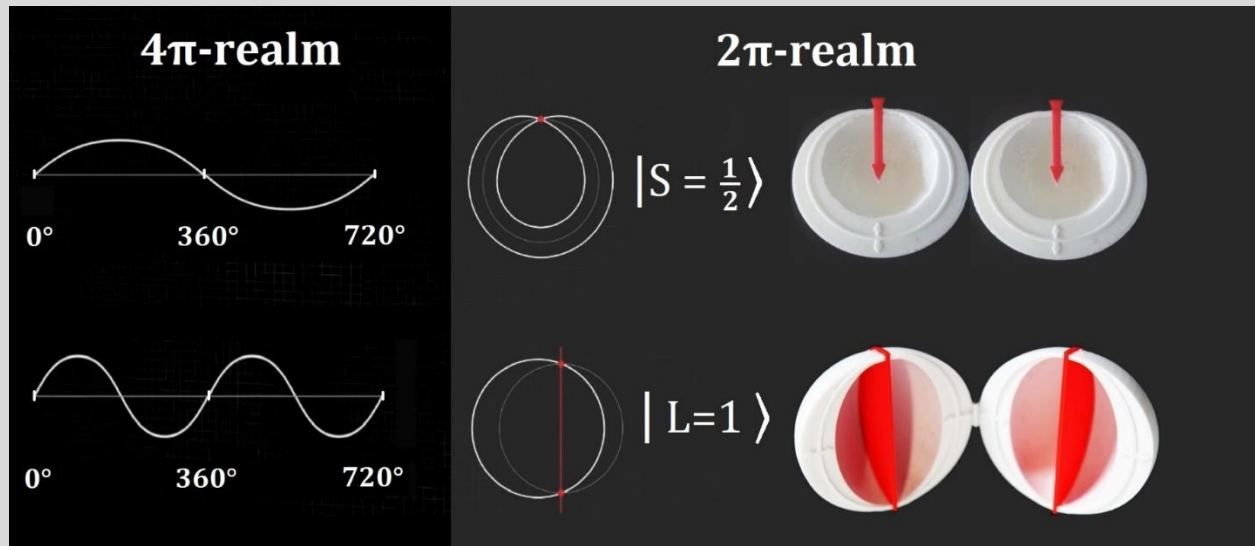


$l=1$

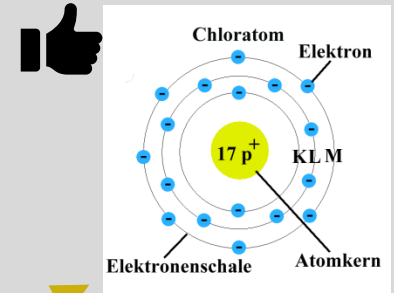
Fermion: Volle Umdrehung nach 720° , Vorzeichenwechsel nach 360°

Bosonen: Volle Umdrehung nach 360° , „Verdopplung“ im Hilbert-Raum

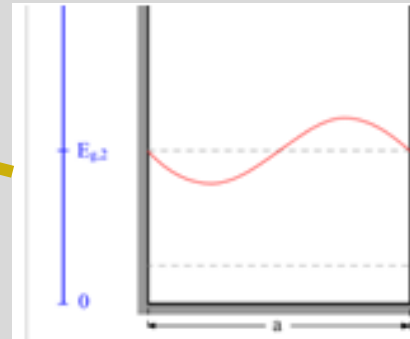
Modellierung von $j=1/2$ und $j=1$ Zuständen



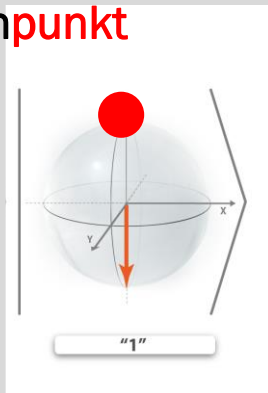
Zusammenfassung: Modellierung des Atomorbitals durch stehende Wellen im eindimensionalen Potentialtopf



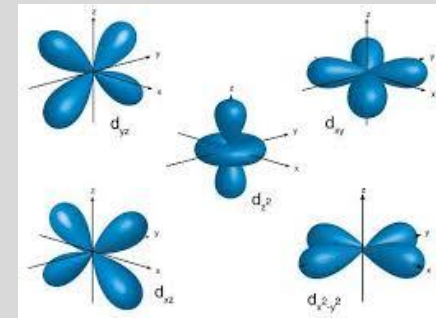
Knoten**ebene**



Knoten**punkt**



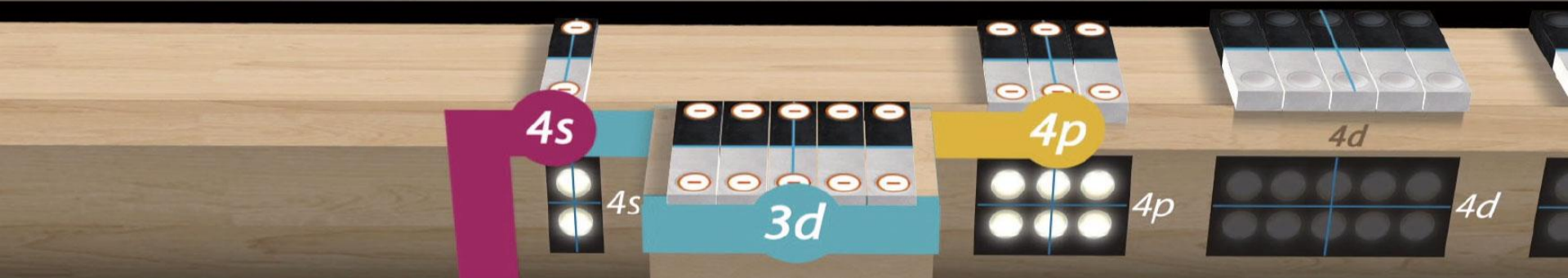
Stehende Welle im Potentialtopf



U2: Quantenspiegelungen

Quantenschwingung - Quantenknoten - Periodensystem

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|--|--|----------------|
| $n = 1$ | H 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | He 2 |
| $n = 2$ | Li 3 | Be 4 | | | | | | | | | | B 5 | C 6 | N 7 | O 8 | F 9 | Ne 10 | | | | |
| $n = 3$ | Na 11 | Mg 12 | | | | | | | | | | Al 13 | Si 14 | P 15 | S 16 | Cl 17 | Ar 18 | | | | |
| $n = 4$ | K 19 | Ca 20 | Sc 21 | Ti 22 | V 23 | Cr 24 | Mn 25 | Fe 26 | Co 27 | Ni 28 | Cu 29 | Zn 30 | Ga 31 | Ge 32 | As 33 | Se 34 | Br 35 | Kr 36 | | | |



<http://www.quantenspiegelungen.de/>

<https://www.spektrum.de/video/partner/quantenspiegelungen/1478989>



Subdimension - U-Bahn-Plan



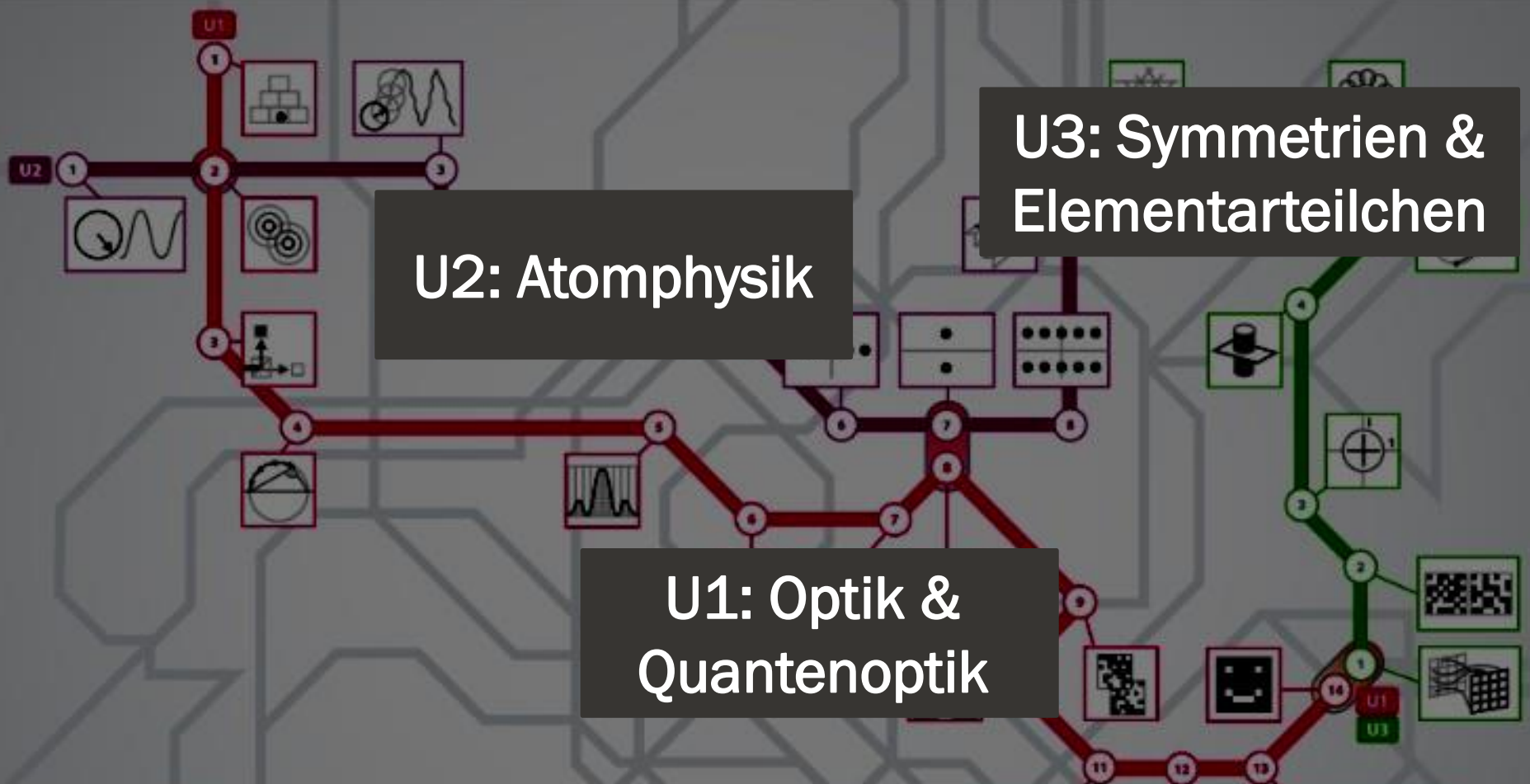
KEY TO LINES

- U1 – Nonlocality line
- U2 – Atomic wave line
- U3 – Complex dimension line

$|\Omega \times \Omega|$ OMEGA CITY - CAPITAL OF QUANTUM MECHANICS

Transport towards another dimension





U2: Atomphysik

U3: Symmetrien & Elementarteilchen

U1: Optik & Quantenoptik

KEY TO LINES

- U1 - Nonlocality line
- U2 - Atomic wave line
- U3 - Complex dimension line



Materialien für den Unterricht



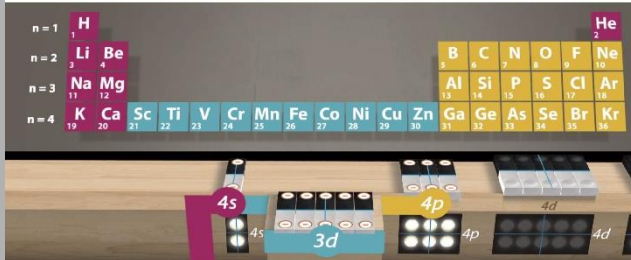
U1 – „Quantendimensionen“
Klett Verlag & Sciencemotion, 2010

<https://www.sciencemotion.de/bestellen/>

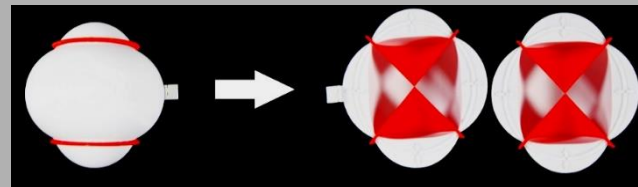
U2: Quantenspiegelungen

Quantenschwingung - Quantenknoten - Periodensystem

Bis zum 18. Oktober
mitmachen und an der
Verlosung teilnehmen!



U2 – „Quantenspiegelungen“, 2018



https://www.thingiverse.com/m_ubbe/designs



U3 – „Quantensymmetrien“, 2020

Frei verfügbar!