Ein Unterrichtsprojekt zur Quantenmechanik am Begabungsstützpunkt

Andreas Kellerer

(BSG Memmingen)

Prof. Dr. Reinhold Rückl

(Universität Würzburg)

Die Rahmenbedingungen:

Unterrichtsprojekt für den Kurs „Kosmologie“ am Begabungsstützpunkt Memmingen

- 30 Schülerinnen und Schüler der 9. bis 12. Klasse
- aus 14 verschiedenen Gymnasien
- mit besonderem Interesse und hoher Begabung

Beschränkung auf die vorhandenen mathematischen Vorkenntnisse

- keine Integration
- keine Operatoren
- keine komplexen Zahlen
- keine Statistik

Zeitrahmen

Was wollen wir bei den Schülern erreichen?

Begeisterung für die QM wecken

Einsicht in grundlegende Konzepte der QM vermitteln

- Welle-Teilchen-Dualismus
- Materiewellen und Wahrscheinlichkeitsinterpretation
- Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation

Unterschiedliche Zugänge zur QM aufzeigen

- Experimente und Simulationen
- Theorie
- geschichtliche Aspekte

Schüler aktiv in den Unterricht einbeziehen und Kompetenzen fördern

Die Unterrichtseinheit:

Die Hohlraumstrahlung: Geburt der QM

Der Welle-Teilchen-Dualismus

Teilcheneigenschaften elektromagnetischer Wellen

Der Lichtelektrische Effekt

Der Compton-Effekt

Welleneigenschaften von Teilchen

Elektronenbeugungsröhre und Doppelspalt

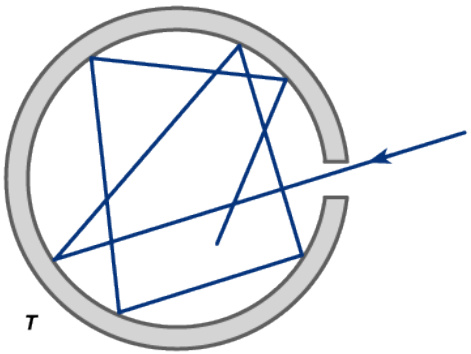
De Broglie-Hypothese

Wellenfunktionen und Wahrscheinlichkeitsinterpretation

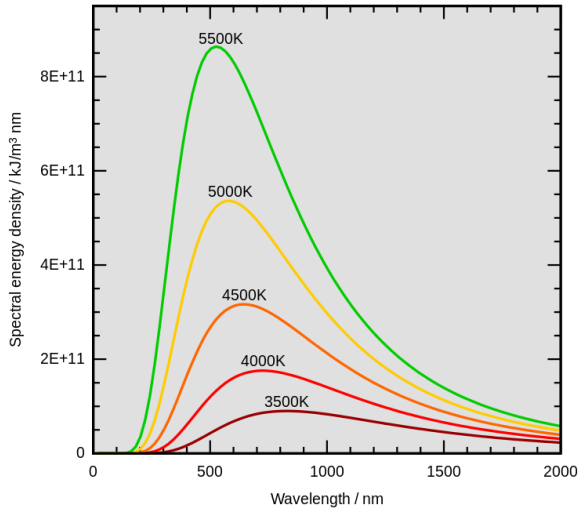
Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation

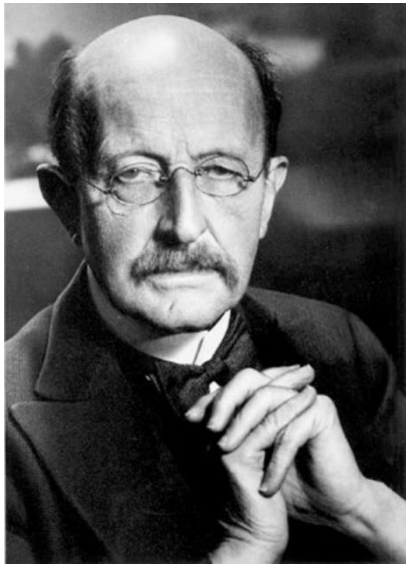
Die Hohlraumstrahlung: Geburt der Quantenmechanik

Energiequantisierung der Hohlraumstrahlung



Hohlraumstrahler





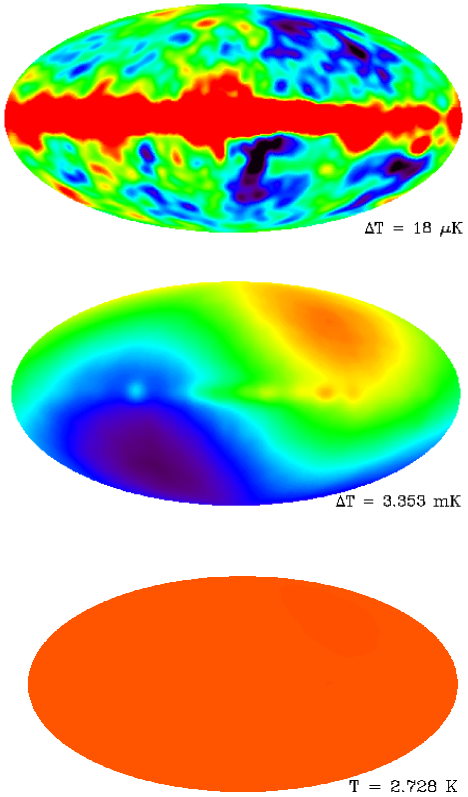
$$E = h \cdot f$$

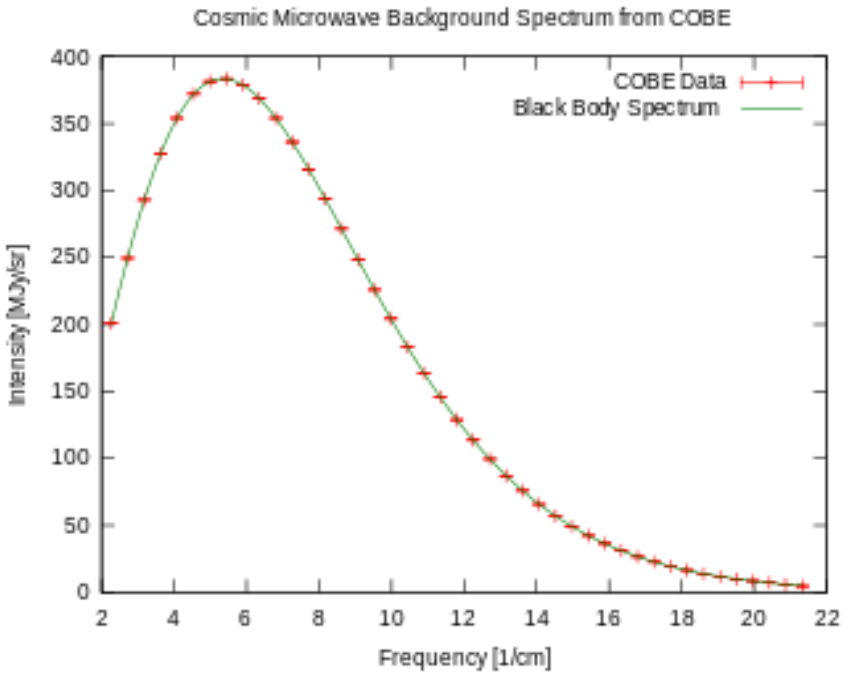
Plancksches Wirkungsquantum h

Max Planck
1900

Die Hohlraumstrahlung: Geburt der Quantenmechanik

Die kosmische Hintergrundstrahlung





perfekte Hohlraumstrahlung mit $T = 2,725\ K$

Die Unterrichtseinheit:

Die Hohlraumstrahlung: Geburt der QM

Der Welle-Teilchen-Dualismus

Teilcheneigenschaften elektromagnetischer Wellen

Der Lichtelektrische Effekt

Der Compton-Effekt

Welleneigenschaften von Teilchen

Elektronenbeugungsröhre und Doppelspalt

De Broglie-Hypothese

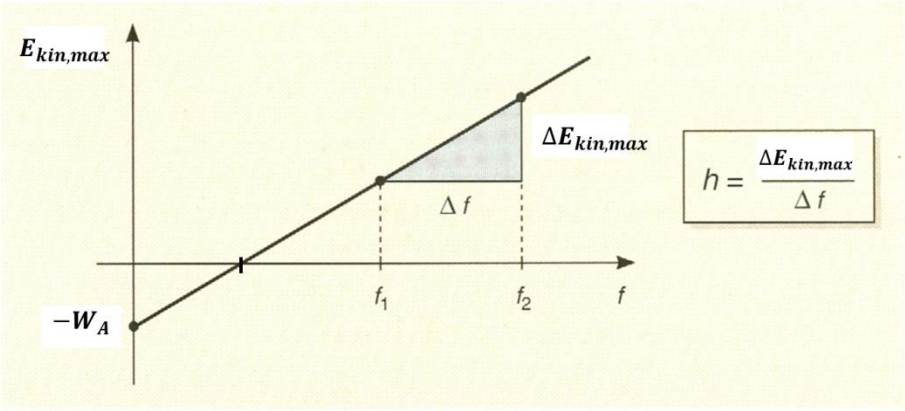
Wellenfunktionen und Wahrscheinlichkeitsinterpretation

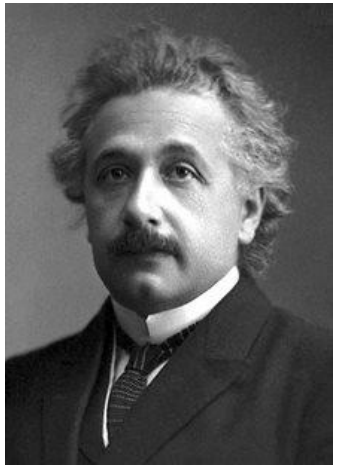
Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation

Der Lichtelektrische Effekt

Lichtquantenhypothese

- **Lichtquanten (Photonen)**
- **Energie eines Photons:** $\boxed{E_\gamma = h \cdot f}$
- **Einstein-Gleichung:** $\boxed{E_{kin,max} = h \cdot f - W_A}$

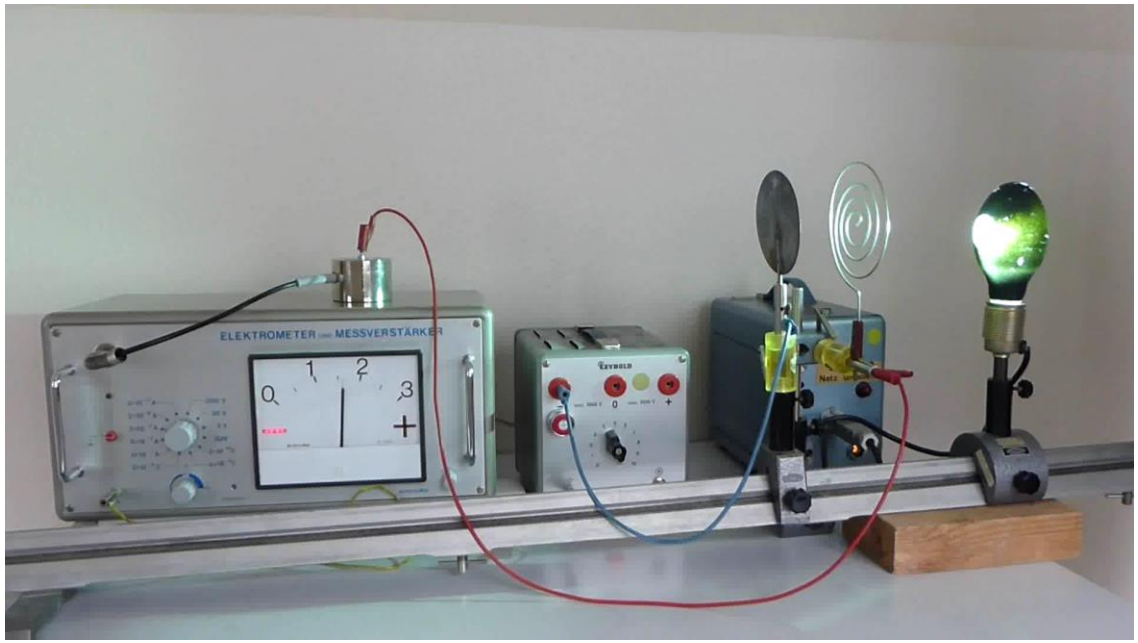




Albert Einstein
1905

Der Lichtelektrische Effekt

Experimente:

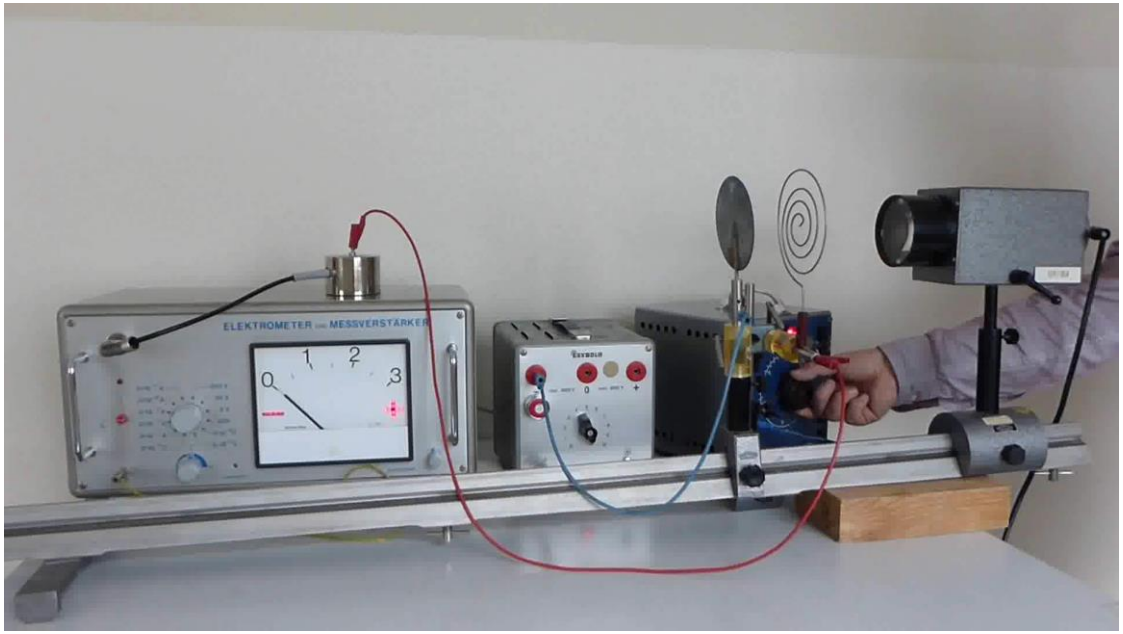


Photoeffekt bei Bestrahlung einer Zinkplatte mit einer Hg-Dampflampe

- **verzögerungsfreies Einsetzen des Photostroms**

Der Lichtelektrische Effekt

Experimente:



<u>kein</u> Photoeffekt bei Bestrahlung einer Zinkplatte mit weißem Licht unterschiedlicher Intensität

- **Einsetzen des Photostroms erst ab einer Grenzfrequenz**

Der Lichtelektrische Effekt

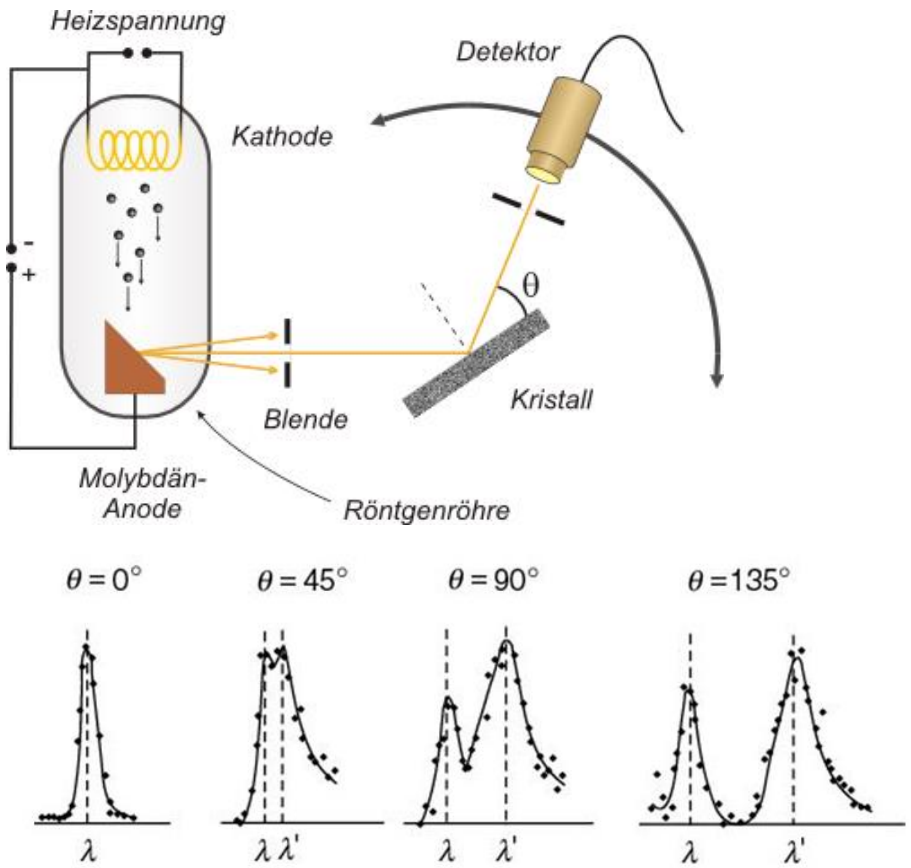
weitere Experimente:

- **Bestrahlung einer Vakuumphotozelle mit einer einfarbigen Leuchtdiode unterschiedlicher Intensität (Gegenfeldmethode)**
  - **Unabhängig von der Intensität der Bestrahlung verschwindet der Photostrom bei der gleichen Gegenspannung.**

- **Bestrahlung einer Vakuumphotozelle mit einfarbigen Leuchtdioden unterschiedlicher Wellenlängen (Gegenfeldmethode)**
  - **Bestätigung der Einsteingleichung** $E_{kin,max} = h \cdot f - W_A$

Der Compton-Effekt

Compton-Streuung eines Photons an einem Elektron:



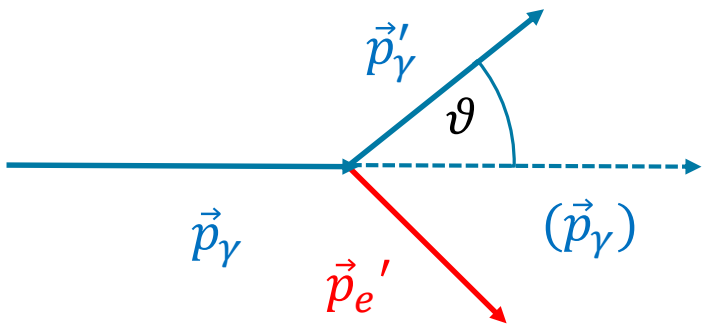
Arthur Compton
1927

Der Compton-Effekt

Compton-Streuung eines Photons an einem Elektron:

Impuls eines Photons:

$$\boxed{p_\gamma = \frac{E_\gamma}{c} = \frac{h}{\lambda}}$$



Energieerhaltung: $E_\gamma + E_{0,e} = E_\gamma{}' + E_e{}'$

vektorielle Impulserhaltung: $\vec{p}_\gamma = \vec{p}_\gamma{}' + \vec{p}_e{}'$

$$\boxed{\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e \cdot c} \cdot (1 - \cos\theta)}$$

Die Unterrichtseinheit:

Die Hohlraumstrahlung: Geburt der QM

Der Welle-Teilchen-Dualismus

Teilcheneigenschaften elektromagnetischer Wellen

Der Lichtelektrische Effekt

Der Compton-Effekt

Welleneigenschaften von Teilchen

Elektronenbeugungsröhre und Doppelspalt

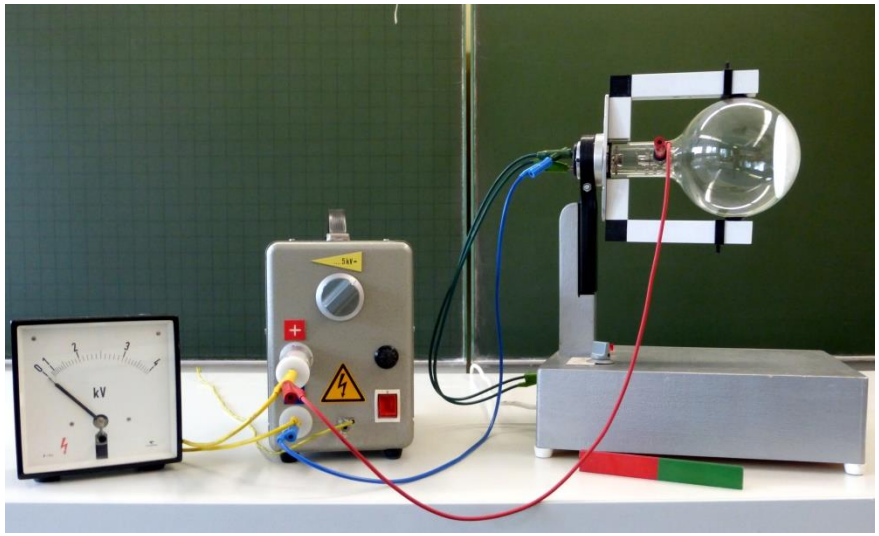
De Broglie-Hypothese

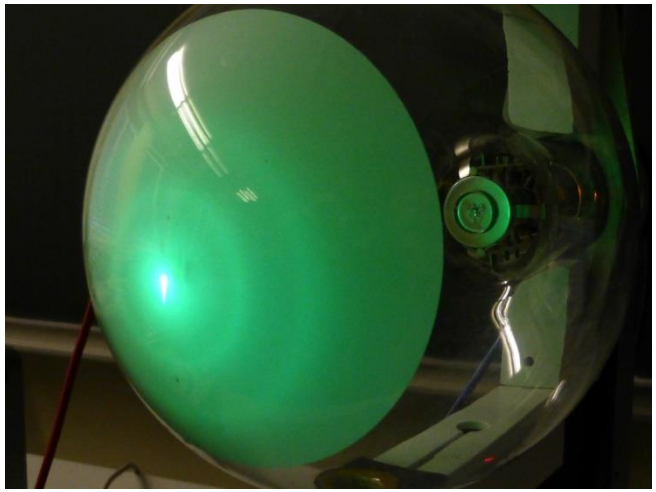
Wellenfunktionen und Wahrscheinlichkeitsinterpretation

Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation

Elektronenbeugungsröhre und Doppelspalt

Experiment: Elektronenbeugungsröhre

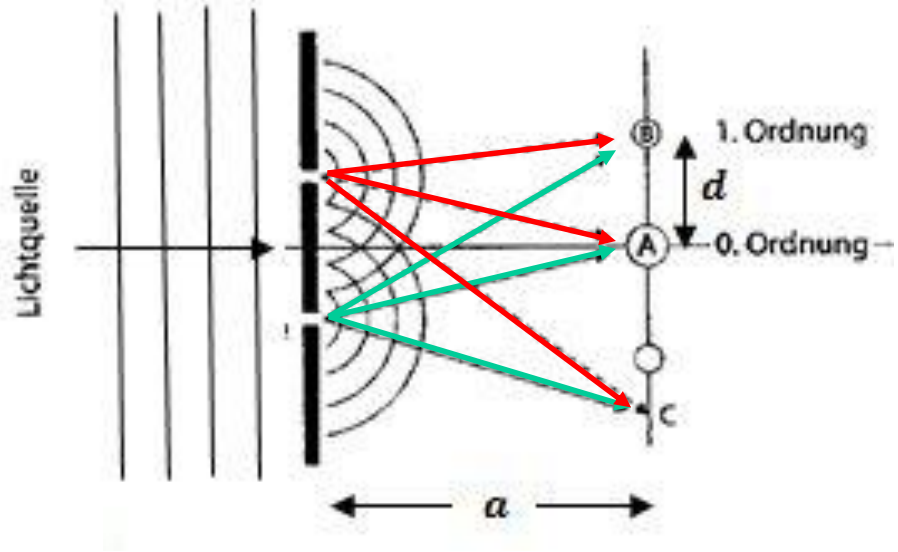




Elektronen erzeugen nach Durchlaufen einer Graphitfolie ein Interferenzmuster

Elektronenbeugungsröhre und Doppelspalt

Experiment: Interferenz von Laserlicht am Doppelspalt und am optischen Gitter:



Doppelspaltexperiment mit Elektronen:

Claus Jönsson 1959

Die De Broglie-Hypothese

Welleneigenschaften von Teilchen:

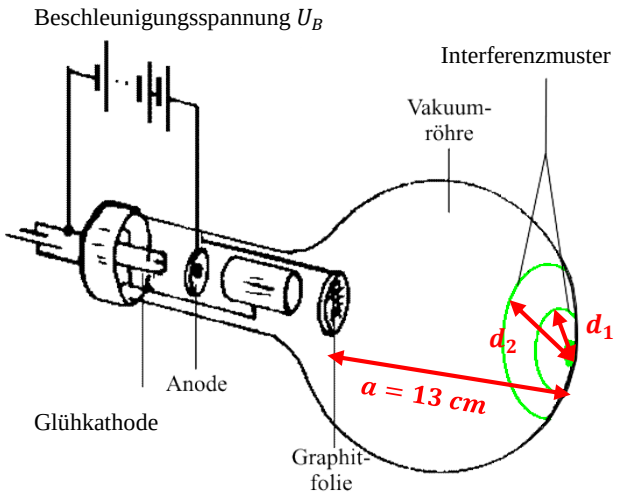
Frequenz: $$f = \frac{E}{h}$$

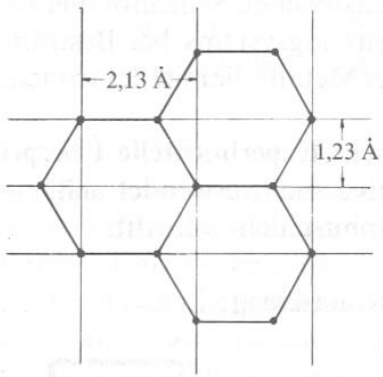
De Broglie-Wellenlänge: $$\lambda = \frac{h}{p}$$

Louis De Broglie
1923

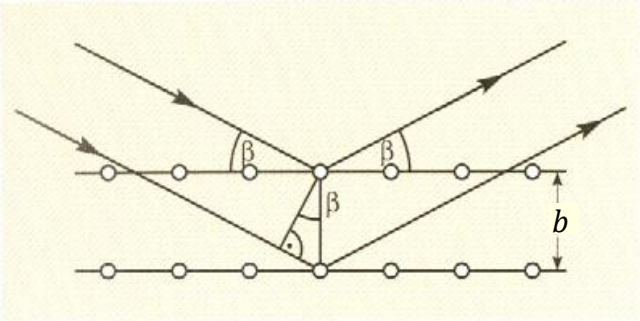
Elektronenbeugungsröhre und Doppelspalt

Entstehung des Interferenzbildes in der Elektronenbeugungsröhre:





Bragg-Reflexion:



Der Welle-Teilchen-Dualismus

Licht und Teilchen zeigen in bestimmten Situationen Welleneigenschaften und in bestimmten Situationen Teilcheneigenschaften.

Ob Welleneigenschaften wie Interferenz oder Teilcheneigenschaften wie Impuls beobachtet werden, hängt von der Versuchsanordnung ab.

Es gibt keine Versuchsanordnung, in der sich beide Eigenschaften gleichzeitig zeigen.

Die Unterrichtseinheit:

Die Hohlraumstrahlung: Geburt der QM

Der Welle-Teilchen-Dualismus

Teilcheneigenschaften elektromagnetischer Wellen

Der Lichtelektrische Effekt

Der Compton-Effekt

Welleneigenschaften von Teilchen

Elektronenbeugungsröhre und Doppelspalt

De Broglie-Hypothese

Wellenfunktionen und Wahrscheinlichkeitsinterpretation

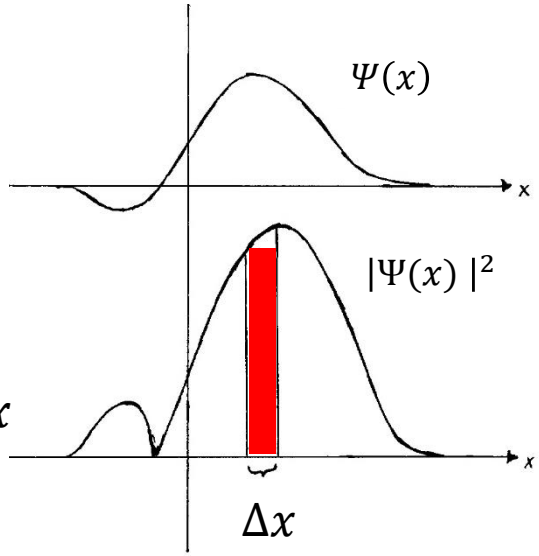
Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation

Wellenfunktionen und Wahrscheinlichkeitsinterpretation

Diskussion bekannter Wellenerscheinungen:

- **Wasserwellen, Schallwellen, elektromagnetische Wellen**

Materiewellen als Wahrscheinlichkeitswellen:



Wellenfunktion: $\boldsymbol{\Psi(x)}$

Aufenthaltswahrscheinlichkeitsdichte: $|\boldsymbol{\Psi(x)}|^2$

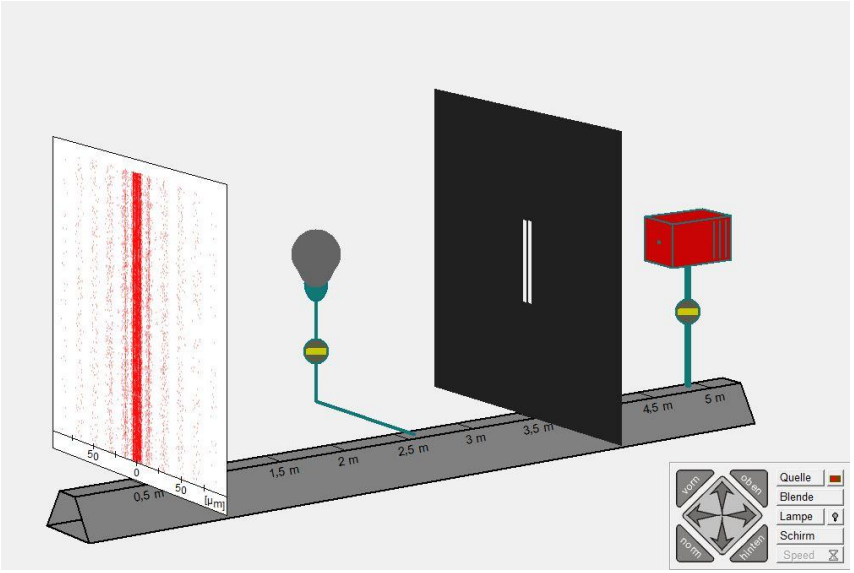
Aufenthaltswahrscheinlichkeit
im Bereich $[x\,;x+\Delta x]$ **für kleine** Δx**:** $|\boldsymbol{\Psi(x)}|^2 \cdot \Delta x$

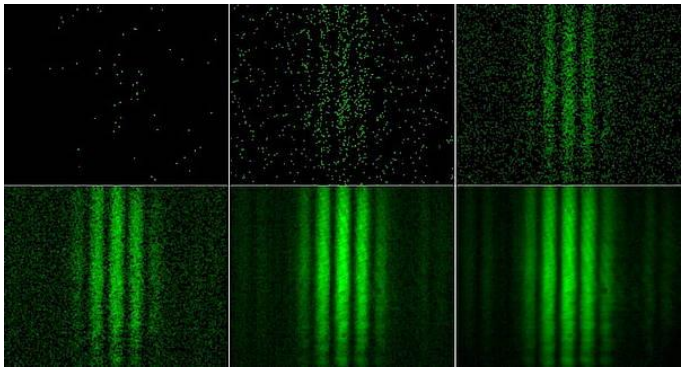
Überlagerung von zwei Wahrscheinlichkeitswellen:

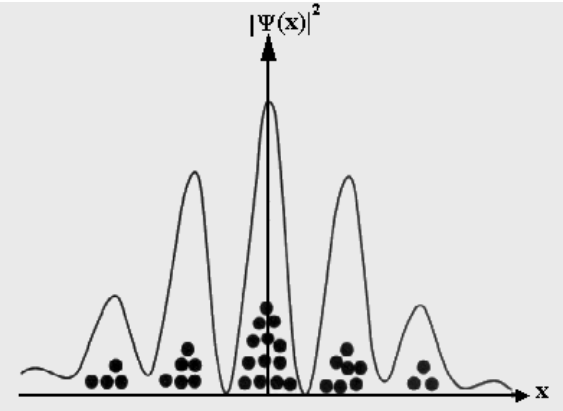
$$\boldsymbol{\Psi(x) = \Psi_1(x) + \Psi_2(x)}$$

Wellenfunktionen und Wahrscheinlichkeitsinterpretation

Anwendung auf das Doppelspaltexperiment mit Elektronen:

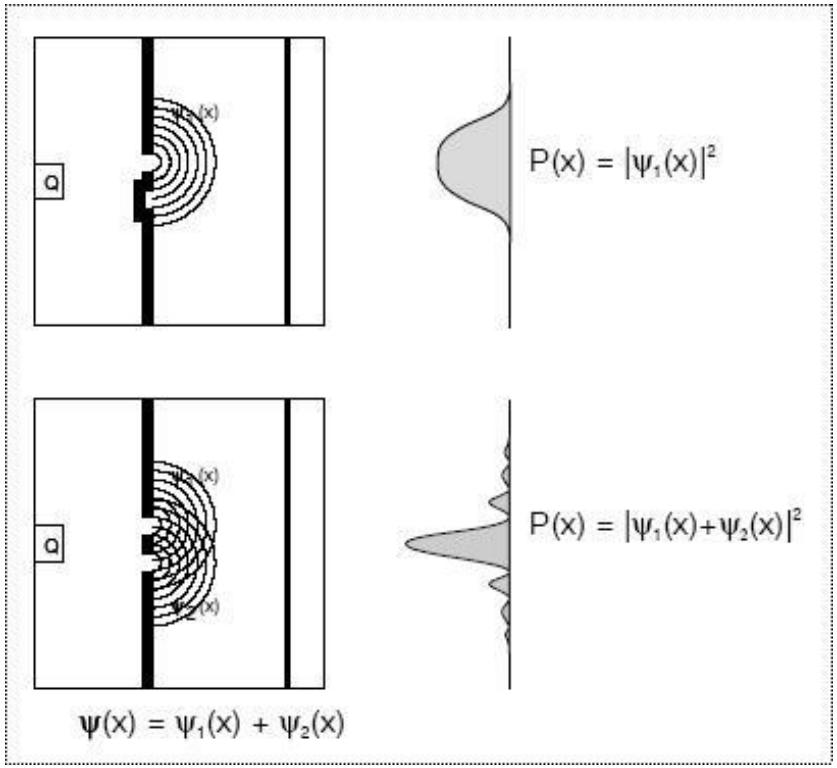






Simulation: Doppelspaltversuch

Wellenfunktionen und Wahrscheinlichkeitsinterpretation



Überlagerung der Wellenfunktionen:

$$\Psi = \Psi_1 + \Psi_2$$

Aufenthaltswahrscheinlichkeitsdichte:

$$|\Psi|^2 = |\Psi_1 + \Psi_2|^2$$
$$= |\Psi_1|^2 + |\Psi_2|^2 + 2 \cdot \Psi_1 \cdot \Psi_2$$

Interferenzterm:

$$2 \cdot \Psi_1 \cdot \Psi_2$$

Wellenfunktionen und Wahrscheinlichkeitsinterpretation

Welche Wellenfunktionen eignen sich als Teilchenwellen?

Die Gesamt-Aufenthaltswahrscheinlichkeit eines Teilchens ist 1.

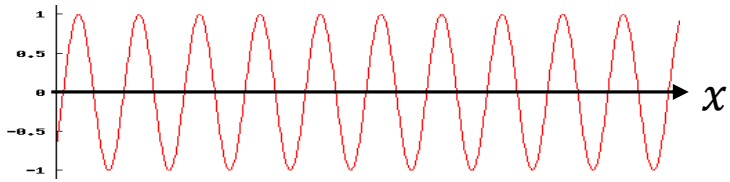
$\Longrightarrow$ **Teilchenwellen-Funktionen** $\boldsymbol{\Psi(x)}$ müssen **normierbar** sein.

D.h.: Die Fläche unter $|\Psi(x)|^2$- muss endlich sein.

harmonische Wellenfunktion:

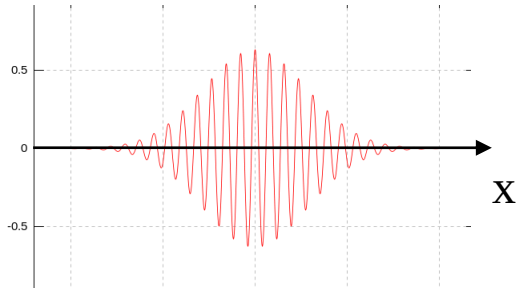
z.B.: $\boldsymbol{y(x) = A \cdot sin(k \cdot x)}$

mit der **Wellenzahl** $\boldsymbol{k = \frac{2\pi}{\lambda}}$



nicht normierbar!

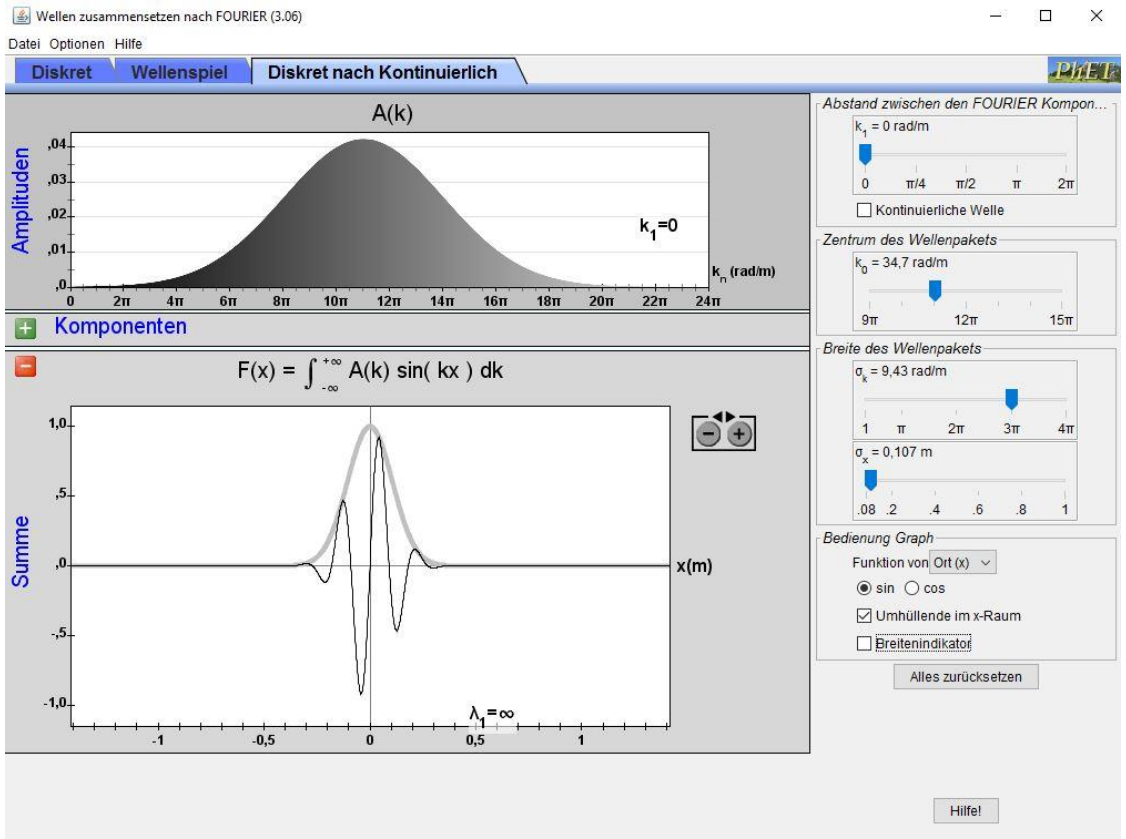
normierbare Wellenfunktion:



Wellenpakete eignen sich als Teilchenwellen.

Wellenfunktionen und Wahrscheinlichkeitsinterpretation

Zusammensetzen von Gaußschen Wellenpaketen aus harmonischen Wellen:



Wellenfunktionen und Wahrscheinlichkeitsinterpretation

Komplementarität der Breite Δx eines Wellenpakets und der Breite Δk des Interwalls, aus dem die Wellenzahlen stammen:

Simulation

Die Breite Δx nimmt mit zunehmender Breite Δk ab (und umgekehrt).

$$\boldsymbol{\Delta x \cdot \Delta k \approx 1}$$

Die Breite Δx des Wellenpakets beschreibt die Unbestimmtheit des Ortes des Teilchens.

Impulses des Teilchens: $p = \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{2\pi} \cdot k$

mit $\Delta k = \frac{2\pi}{h} \cdot \Delta p$ folgt:

$$\boldsymbol{\Delta x \cdot \Delta p \approx \frac{h}{2\pi}}$$

Die Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation

Die Komplementarität der Unbestimmtheiten von Ort und Impuls:

$$\boldsymbol{\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}}$$

- **gilt für <u>alle</u> Materiewellen**
- **Fundamentaleigenschaft der Quantenmechanik**

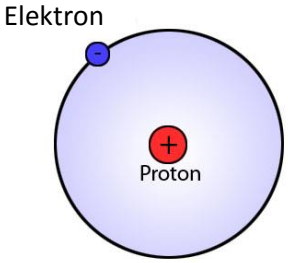
Werner Heisenberg 1927

Kritische Beleuchtung der Relation $\Delta E \cdot \Delta T \geq \frac{h}{4\pi}$

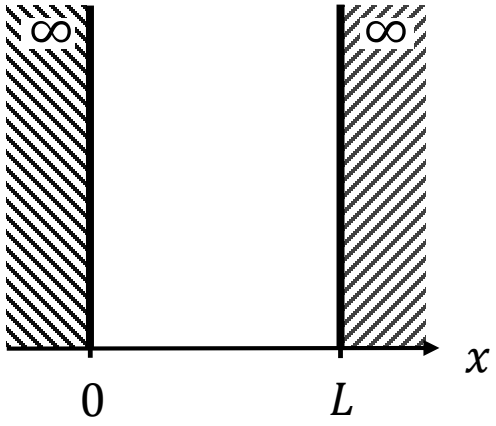
Die Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation

Anwendung auf Quantensysteme mit gebundenen Teilchen:

- **Wasserstoffatom**



- **Atomkern**
- **Potentialtopf mit unendlich hohen Wänden**



- **Abschätzung der Größenordnungen des Energieinhalts von Quantensystemen mit gebundenen Teilchen**

Der „Testlauf“

1) Die Hohlraumstrahlung: Geburt der Quantenmechanik
2) Der Welle-Teilchen-Dualismus
   2.1) Teilcheneigenschaften elektromagnetischer Wellen
      2.1.1) Der Lichtelektrische Effekt
      2.1.2) Der Compton-Effekt
   2.2) Welleneigenschaften von Teilchen
      2.2.1) Elektronenbeugungsröhre und Doppelspalt
      2.2.2) Die De Broglie-Hypothese
3) Wellenfunktionen
   3.1) Physikalische Bedeutung der Wellenfunktion
   3.2) Ebene Wellen und Wellenpakete

1) Die Hohlraumstrahlung: Geburt der Quantenmechanik

2) Der Welle-Teilchen-Dualismus

- 2.1) Teilcheneigenschaften elektromagnetischer Wellen
  - 2.1.1) Der Lichtelektrische Effekt
  - 2.1.2) Der Compton-Effekt
- 2.2) Welleneigenschaften von Teilchen
  - 2.2.1) Elektronenbeugungsröhre und Doppelspalt
  - 2.2.2) Die De Broglie-Hypothese

3) Wellenfunktionen

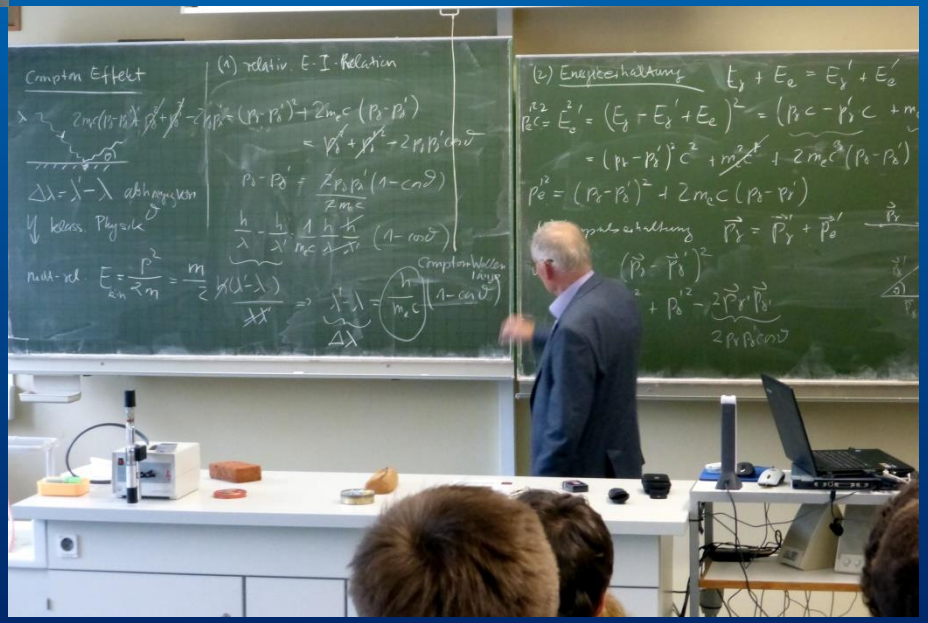
- 3.1) Physikalische Bedeutung der Wellenfunktion
- 3.2) Ebene Wellen und Wellenpakete
- 3.3) Komplementarität von Ort und Impuls

4) Die Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation

- 4.1) Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation als Fundamentaleigenschaft
- 4.2) Quantensysteme mit gebundenen Teilchen
- 4.3) Anwendungen der Heisenbergschen Unbestimmtheitsrelation

- Begeisterung
- rege Beteiligung
- großes Interesse
- überraschend tiefes Verständnis

- teils Schwierigkeiten bei relativistischen Berechnungen
  - Einige Schüler kamen an die Grenze ihrer Konzentrationsfähigkeit.



Wichtige Ergebnisse der Evaluation:

- ✓ Begeisterung für die experimentellen Zugänge
- ✓ durchgängige Gliederung und regelmäßige Zusammenfassungen

- ➢ ganztägige Konzeption mit ausreichend langen Pausen
- ➢ fest eingeplante Fragezeiten

8:00

Die Hohlraumstrahlung: Geburt der QM

Der Welle-Teilchen-Dualismus

Teilcheneigenschaften elektromagnetischer Wellen

Der Lichtelektrische Effekt

Der Compton-Effekt

Fragen

10:15

Pause

11:00	Welleneigenschaften von Teilchen
	Elektronenbeugungsröhre und Doppelspalt De Broglie-Hypothese
	Fragen
13:15	Pause, Mittagessen
14:45	Wellenfunktionen und Wahrscheinlichkeitsinterpretation
	Fragen
17:15	Pause, Brotzeit

18:00	Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation
	Fragen
19:15	Pause
19:45	abschließende Diskussions- und Fragerunde

Die wichtigsten Wünsche der Schüler:

- ganztägige Konzeption mit ausreichend langen Pausen
- fest eingeplante Fragezeiten
- Formelsammlung zur Unterrichtseinheit

Von der kosmischen Hintergrundstrahlung zur Heisenbergschen Unbestimmtheitsrelation

Formelsammlung

Harmonische Wellen:

Wellengleichung: $y(x) = A \cdot sin\left(\frac{2\pi \cdot x}{\lambda}\right) = A \cdot sin(k \cdot x)$

Wellenzahl: $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

Für den Impuls eines Teilchens mit der De Broglie-Wellenlänge λ folgt: $p = \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{2\pi} \cdot k = \hbar \cdot k$

Teilchenwellen:

Wellenfunktion: $\Psi(x)$ (allgemein: $\Psi(x, y, z, t)$

Aufenthaltswahrscheinlichkeitsdichte: $|\Psi(x)|^2$

Aufenthaltswahrscheinlichkeit im Bereich $[x\,; x + \Delta x]$ für kleine Δx: $|\Psi(x)|^2 \cdot \Delta x$

Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation: $\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$

Diskrete Energien in Quantensystemen mit gebundenen Teilchen:

Energieniveaus des Wasserstoffatoms: $E_n = 13{,}6\ eV \cdot \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$

Energieniveaus des Potentialtopfs der Breite L mit unendlich hohen Wänden:

$$E_n = \frac{p^2}{2 \cdot m} = \frac{n^2 \cdot h^2}{8 \cdot m \cdot L^2}$$

nichtrelativistische Mechanik:

Bewegungsenergie: $E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{p^2}{2m}$

Impuls: $p = mv$

Spezielle Relativitätstheorie:

Ruheenergie: $E_0 = m_0 \cdot c^2$

Energie-Impuls-Beziehung: $E^2 = {E_0}^2 + p^2 c^2$

Bewegungsenergie: $E_{kin} = E - E_0$

Elektrodynamik:

Bewegungsenergie, die ein Elektron beim Durchlaufen eines Kondensators gewinnt, an dem die Spannung U anliegt: $E_{kin} = e \cdot U$

Coulombkraft: $F_c = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$ mit der elektrischen Feldkonstante $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \frac{As}{Vm}$

Von der kosmischen Hintergru
Heisenbergschen Unbestimm

Formelsammlu

Hohlraumstrahlung:

Energiequant der Hohlraumstrahlung: $E = h \cdot f$

Lichtelektrischer Effekt, Photon:

Energie eines Photons: $E_\gamma = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda}$

Impuls eines Photons: $p_\gamma = \frac{E_\gamma}{c} = \frac{h}{\lambda}$

Einstein-Gleichung: $E_{kin,max} = E_\gamma - W_A$

Compton-Streuung: $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m \cdot c} \cdot (1 -$

Welleneigenschaften eines Teilchens:

De Broglie-Wellenlänge: $\lambda = \frac{h}{p}$ aus $p = \frac{h}{\lambda}$

Frequenz: $f = \frac{E}{h}$ aus $E = h$

Interferenz:

Interferenzmaxima bei **optischem Gitte**

$$\Delta s = b \cdot \sin\alpha = k \cdot \lambda$$

$$d = \frac{a}{b} \cdot \lambda$$

($\Delta s =$ Gangunterschied, $b =$ Gitter

$k =$ Ordnung des Maximums

$d =$ Abstand des 1. Interferenzma

$a =$ Abstand des Schirms vom opt

Interferenzmaxima bei **Bragg-Re**

$$\Delta s = 2 \cdot b \cdot \sin\beta = k$$

osmischen Hintergrundstrahlung zur
ergschen Unbestimmtheitsrelation

Formelsammlung

$\vec{a}$ und $\vec{b}$:

$$\vec{a} \circ \vec{b} = a \cdot b \cdot \cos\vartheta$$

(ϑ ist der Winkel zwischen den Vektoren)

$\approx \tan\alpha$

$= 6{,}6261 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s = 4{,}1357 \cdot 10^{-15}\ eV \cdot s$

antum: $\hbar = \frac{h}{2\pi}$

$10^8\ \frac{m}{s}$

$: 511\ keV$

$938{,}27\ MeV$

erstoffatoms:

$_\gamma: \lambda = 486{,}1\ nm,\ H_\delta: \lambda = 656{,}3\ nm,$

Eigene Überlegungen:

- **Phasen der Eigentätigkeit:**
  Arbeitsblätter werden in Gruppen bearbeitet.
  Schüler präsentieren ihre Ergebnisse.

Von der kosmischen Hintergrundstrahlung zur Heisenbergschen Unbestimmtheitsrelation

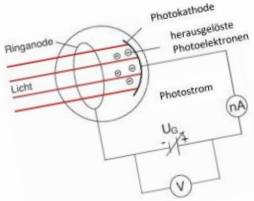
Arbeitsblatt 1: Der Lichtelektrische Effekt

Einsteins Erklärung für den Lichtelektrischen Effekt:

Ein Photon der Energie $E_\gamma = h \cdot f$ wird von einem Elektron absorbiert und gibt dabei seine Energie an das Elektron ab. Wenn die Energie des Photons größer war als die Ablösearbeit W_A, kann das Elektron die Metallplatte verlassen und hat dann eine maximale Energie

$$E_{kin,max} = E_\gamma - W_A = h \cdot f - W_A \qquad \textbf{(Einsteingleichung)}.$$

Wir messen die maximale kinetische Energie der Photoelektronen in Abhängigkeit von der Wellenlänge des Lichts, das den Lichtelektrischen Effekt auslöst:



Eine Vakuum-Photozelle mit Cäsium-Kathode wird mit dem Licht monochromatischer Leuchtdioden unterschiedlicher Wellenlängen bestrahlt. Aus der Cäsium-Kathode kann man bereits mit Licht im sichtbaren Wellenlängenbereich Photoelektronen auslösen. Ihre Bewegungsenergie, erlaubt es den Photoelektronen, die Ringanode zu erreichen und sie fließen über einen Messverstärker ab. Man misst einen Photostrom. Die maximale Bewegungsenergie $E_{kin,max}$ der Photoelektronen kann man messen, indem man zwischen Photokathode und Ringanode eine variable Gegenspannung U_G legt. U_G wird so lange erhöht, bis der Photostrom zum Erliegen kommt. Dann können auch die Photoelektronen mit der größten Bewegungsenergie $E_{kin,max}$ die Ringanode gerade nicht mehr erreichen und es gilt: $E_{kin,max} = e \cdot U_G$.

Diese Versuchsanordnung zur Messung von $E_{kin,max}$ der Photoelektronen heißt **Gegenfeldmethode**.

Das Experiment wird mit folgenden monochromatischen Leuchtdioden durchgeführt:

Farbe	rot	gelb	grün	türkis	blau
Wellenlänge	611 nm	588 nm	525 nm	505 nm	472 nm

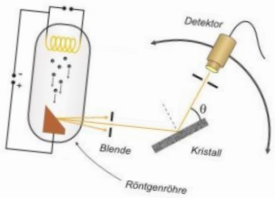
Aufgaben:

1) Führe das Experiment durch und gib in einer Wertetabelle zu den Frequenzen f der Leuchtdioden die Gegenspannungen U_G an, bei denen der Photostrom jeweils verschwindet.
2) Trage in ein f-$E_{kin,max}$-Diagramm deine fünf Messpunkte ein und verlängere die Gerade, auf der die Messpunkte liegen, bis zu ihrem Schnittpunkt mit der Hochwertachse.
3) Welche physikalische Bedeutung haben die Steigung der Geraden und ihre Schnittpunkte mit den Achsen?
   Hinweis: Mache dir den Zusammenhang zwischen der Geraden und der Einsteingleichung klar!
4) Ermittle aus deinen Messergebnissen Näherungswerte für das Plancksche Wirkungsquantum h, für die Ablösearbeit W_A von Cäsium und für die Grenzwellenlänge λ_g, unterhalb derer die Wellenlänge von Licht liegen muss, damit es bei einer Cäsium-Kathode einen Photostrom bewirken kann.
5) Das verzögerungsfreie Einsetzen des Photostroms lässt sich mit der klassischen Vorstellung von Licht als elektromagnetische Welle nicht verstehen. Die Teilchenvorstellung vom Licht liefert eine einfache Lösung: Ein Photon, dessen Energie mindestens so groß ist, wie die Ablösearbeit W_A wird vom Elektron absorbiert und überträgt dabei seine gesamte Energie auf das Elektron.

   Doch wie viel Zeit würde, wenn man Licht ausschließlich als elektromagnetische Welle betrachtet, vergehen, bis Elektronen aus einer Cäsium-Kathode, die mit einer grünen Leuchtdiode der Wellenlänge $\lambda = 525\ nm$ der Intensität $10\ \frac{mW}{m^2}$ bestrahlt wird, abgelöst werden?
   Hinweis: Schätze die Gesamtenergie, die während der gesuchten Zeit auf ein Cäsium-Atom fällt, durch die Strahlungsenergie ab, die auf eine Kreisfläche mit dem typischen Atomradius von $10^{-10}\ m$ fällt!

…n Hintergrundstrahlung zur Unbestimmtheitsrelation

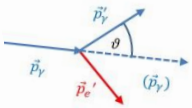
Der Compton-Effekt



…-Photons
…n. Beim
Energie
Elekt-
…gen-
…tess
…eu-

…en Zusammenhang zwischen $\Delta\lambda$ und θ
…schreibt die **Compton-Formel**

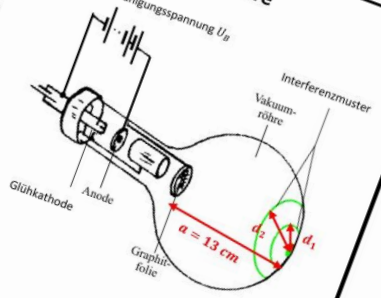
$$= \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e \cdot c} \cdot (1 - \cos\theta)$$



…menhang zwischen dem
…it von p_γ und p_γ' her.
…pulse in Abhängig-
…ben abgebilde-
Wellenlän-
Strahlung.
Compton-

…smischen Hintergrundstrahlung zur …rgschen Unbestimmtheitsrelation

…t 4: Die Elektronenbeugungsröhre

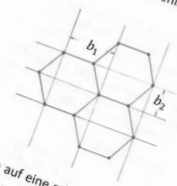


…erden in
…eugt und
…leunigt.
…hitfolie
…einem
…soge-
…und
…. Es
…ma
…n-
…e

…aft.
…bestimmten Bedingungen Welleneigenschaften zeigen.
…$\nu = \frac{h}{\lambda}$ die **De Broglie-Wellenlänge λ** zugeordnet.

…re durch die Beschleunigung mit der Spannung U_B
…t werden muss, legen wir die Geschwindigkeit
…annung $U_B = 1{,}0\ kV$ auf eine noch nicht rela-
…Impuls und die De Broglie-Wellenlänge der

…rfo-
…ng
…e!



…tronen auf eine relativistische Ge-
…srings und den Radius d_2 des äu-

Eigene Überlegungen:

- **Phasen der Eigentätigkeit:**
  Arbeitsblätter werden in Gruppen bearbeitet.
  Schüler präsentieren ihre Ergebnisse.

- **Vertiefung:**
  Lesetexte mit fachlichen und geschichtlichen Hintergrundinformationen; Fragen zum Verständnis

Von der kosmischen Hintergr
Heisenbergschen Unbestim

Vertiefung 1: Max Planck und di

Literatur 1:
Paul A. Tipler: Moderne Physik (2. Auflage),
3.2 Die Strahlung des Schwarzen Körpers, S

Literatur 2:
Praxis der Naturwissenschaften, Physik in
Tobias Jung: Über das Ziel hinausgeschos

3 Fragen:

1) Formuliere und interpretiere das '
Rayleigh-Jeans-Gesetz!
Was versteht man unter der „Ult
2) Was versteht man unter der „Sp
Dichtedefinition mit der mechan
Begründe, dass man die Energi
rechnet!
3) Erläutere, mit welchen Überle
violettkatastrophe" löste!
Welche Rolle spielt dabei die
strahlung?
Wie begründet Max Planck d

Von der kosmischen Hintergrundstrahlung zu
Heisenbergschen Unbestimmtheitsrelation

Vertiefung 2: Albert Einstein und die Quantenp

Literatur 1:
Praxis der Naturwissenschaften, Physik in der Schule, 4/65, Juni 2016
Tobias Jung: Über das Ziel hinausgeschossen?, S. 27 bis 31

Literatur 2:
Praxis der Naturwissenschaften, Physik in der Schule, 4/64, Juni 2
Tobias Jung: Philosophische Aspekte der Quantentheorie, S. 30

Literatur 3:
Praxis der Naturwissenschaften, Physik in der Schule, 5/56,
Günther Rasche und Norbert Straumann: Die Bohr-Einstein

3 Fragen:

1) Worin besteht der grundlegende Unterschied z
raumstrahlung durch Max Planck und der Einste
2) Albert Einstein konnte sich mit dem Wahrsche
nicht anfreunden („Gott würfelt nicht!").
Erläutere, welche Überlegungen Einstein an
feln ließen!
Welche Folgerung zog Einstein für seine f
3) An der Diskussion über die Deutung der
der Solvay-Konferenz 1927 werden die
Albert Einstein und Niels Bohr an die
Worin liegen die grundsätzlichen Un
geschlagenen Standpunkten zur De
Erläutere die Kritikpunkte Einstein
penhagener Deutung"!
4) Tobias Jung bezieht die Form
Max Planck als später auch a
physikgeschichtlichen Hinter

Von der kosmischen Hintergrundstrahlung zur
Heisenbergschen Unbestimmtheitsrelation

Vertiefung 4: Die Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation

Literatur 1:
Praxis der Naturwissenschaften, Physik in der Schule, 4/64, Juni 2015
Tobias Jung: Philosophische Aspekte der Quantentheorie, S. 30 bis 35

4 Fragen:

1) In seiner ursprünglichen Deutung der Unbestimmtheitsrelation für Ort und Impuls von 1927 betrachtet Heisenberg die Ortsbestimmung eines Teilchens als Wechselwirkung mit Licht. Das Teilchen wird beleuchtet, damit wir es sehen können. Mit dem Vorgang der Ortsmessung ist demnach eine Störung des Teilchens verbunden, die zu einer Änderung des Impulses des Teilchens führt.
Wie lässt sich mit diesem gedanklichen Ansatz die Unbestimmtheitsrelation $\Delta x \cdot \Delta p = \hbar$ herleiten?
Wo kommt dabei der Wellencharakter des Lichts ins Spiel, wo der Teilchencharakter?
2) Wie kann man mit der Überlegung von oben begründen, dass die Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation eine fundamentale Aussage der Quantenmechanik und keine Aussage über Messungenauigkeiten ist?
3) In der statischen Interpretation der Quantenmechanik wird die Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation nicht mehr auf die Unbestimmtheiten von Ort und Impuls eines einzelnen Teilchens bezogen, sondern auf die Unbestimmtheiten der Erwartungswerte von Ort und Impuls vieler Teilchen in einem „Teilchen-Ensemble".
Warum kann bei dieser Deutung der Heisenbergschen Unbestimmtheitsrelation die Störung des Teilchens beim Messvorgang nicht mehr als die Ursache der Unbestimmtheitsrelation gesehen werden?
4) Erläutere den Unterschied zwischen einer „epistemologischen" und einer „ontologischen" Deutung der Heisenbergschen Unbestimmtheitsrelation!
Wo ist diesbezüglich die ursprüngliche Deutung der Unbestimmtheitsrelation durch Heisenberg im Jahr 1927 einzuordnen?

Eigene Überlegungen:

- **Phasen der Eigentätigkeit:**
  Arbeitsblätter werden in Gruppen bearbeitet.
  Schüler präsentieren ihre Ergebnisse.

- **Vertiefung:**
  Lesetexte mit fachlichen und geschichtlichen Hintergrundinformationen; Fragen zum Verständnis

- **Ergebnissicherung:**
  Gliederung und Zusammenfassung der Unterrichtseinheit auf einem „Merkblatt“

Von der kosmischen Hintergrundstrahlung zur Heisenbergschen Unbestimmtheitsrelation

„Merkblatt"

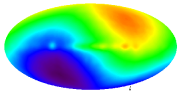
Hohlraumstrahlung

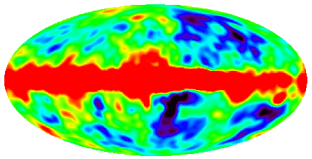
Max Planck (1900)

Energiequantisierung der Hohlraumstrahlung

Plancksches Wirkungsquantum

$$E = h \cdot f$$





Der Welle-Teilchen-Dualismus

Teilcheneigenschaften elektromagnetischer Wellen

Lichtelektrischer Effekt

Albert Einstein (1905)

Lichtquantenhypothese

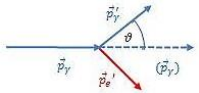
- Quantisierung der Lichtenergie
- Photonen

Energie des Photons: $E_\gamma = h \cdot f$

$$E_{kin,max} = h \cdot f - W_A$$

Compton-Effekt

Arthur Compton (1927)



Streuprozess von Photonen an Elektronen

Impuls des Photons: $p_\gamma = \frac{h}{\lambda}$

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e \cdot c}(1 - \cos\vartheta)$$

Welleneigenschaften von Teilchen

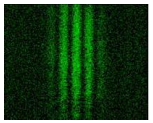
De Broglie-Hypothese

Louis De Broglie (1923)

Wellenlänge λ eines Teilchens: $p = \frac{h}{\lambda}$

Frequenz f eines Teilchens: $E = h \cdot f$

- Elektronenbeugungsröhre
- Doppelspaltexperimente mit Elektronen



Teilchenwellen

Wahrscheinlichkeitsinterpretation

- **Wellenfunktion $\Psi(x)$**
- **Wahrscheinlichkeitsdichte $|\Psi(x)|^2$**
- **Aufenthaltswahrscheinlichkeit $|\Psi(x)|^2 \cdot \Delta x$**

Normierbarkeit

Wellenpakete

Komplementarität der Unbestimmtheiten von Ort x und Wellenzahl k:

$$\Delta x \cdot \Delta k \approx 1$$

Die Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation

Komplementarität der Unbestimmtheiten Δx und Δp

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$$

Werner Heisenberg (1927)

Anwendungen auf Quantensysteme mit gebundenen Teilchen:

- **Potentialtopf mit unendlich hohen Wänden**
- **Atome und Atomkerne**

Wie geht’s weiter?

- **Erprobung und Evaluation des „Ganztagskonzepts“ im Schuljahr 2016/2017 mit einem Begabtenkurs**

Unser Ziel:

Ein Unterrichtskonzept zur Einführung in die Quantenmechanik für

- **Begabtenkurse**
- **interessierte Q12-Physikkurse**
- **W-Seminar**