

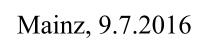
De Broglie und Dirac – komplementäre Zugänge zur Quantenmechanik

Thomas Filk

Physikalisches Institut, Universität Freiburg
Parmenides Center for Conceptual Foundations of Science
medx GmbH, Berlin











Literaturhinweis

Viele der in diesem Vortrag erwähnten Überlegungen findet man auch in teilweise ausführlicherer Form in einem Skript, das ich ergänzend zur Vorlesung für Lehramtsstudierende erstellt habe:

http://omnibus.uni-freiburg.de/~filk/Skripte/Texte/QM_Lehramt.pdf



"Lehramtsorientierte QM-Vorlesung?"

Wie kann man Vorlesungen (speziell zur Quantenmechanik) an der Universität auf die Bedürfnisse zukünftiger LehrerInnen abstimmen?

- Keine Störungsrechnung; fast keine Streutheorie statt dessen:
- EPR, Bell'sche Ungleichungen
- Quanteninformation, Quantenkryptographie
- Das "Knallerexperiment"
- Was steckt hinter der "Zeigerrechnung"?
- Das Messproblem und Dekohärenz
- Schrödingers Katze Problem oder nicht?
- Interpretationen: Kopenhagen, Bohm'sche Mechanik, Ensemble, Q-Bayesianism, Operationalismus, Many-Worlds, ...



Heisenberg & Dirac

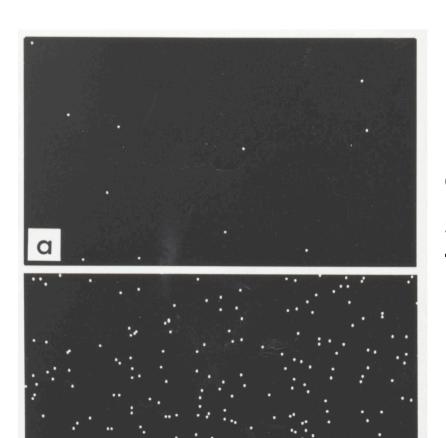
Bild einer Schafsherde (aus rechtlichen Gründen entfernt)

Heisenberg: "Schau, Dirac, diese armen Schafe müssen doch frieren; sie wurden geschoren."

Dirac: "Ja, zumindest auf der uns zugewandten Seite."



Heisenberg & Dirac



Heisenberg: "Schau, Dirac, die Punkte. Die Elektronen sind doch lokalisierte Teilchen."

Dirac: "Ja, zumindest wenn man ihren Ort misst."

https://en.wikipedia.org/wiki/Double-slit_experiment



De Broglie und Dirac

"De Broglie":

- Welle-Teilchen-Dualismus für sämtliche Materie – Wellenfunktion ψ(x).
- Quanten-"Mechanik" Quantisierung mechanischer Eigenschaften; "Ort" und "Impuls" (Energie, Bahndrehimpuls,...)
- unendlich dimensionaler Zustandsraum

Bild vom Doppelspaltexperiment (aus rechtlichen Gründen entfernt)

"Dirac":

- Polarisationseigenschaft von Licht
- 2-Zustands-System

Bild eines Polarisators (aus rechtlichen Gründen entfernt)



Übersicht

- Vorbemerkungen
- de Broglie und Dirac
- Quantenmechanische Grundkonzepte in der Sprache der Polarisation
- Übersetzung von Grundfragen zur Quantenmechanik in die Sprache der Polarisation



Übersicht

- Vorbemerkungen
- de Broglie und Dirac
- Quantenmechanische Grundkonzepte in der Sprache der Polarisation
- Übersetzung von Grundfragen zur Quantenmechanik in die Sprache der Polarisation



De Broglie – Quanten*mechanik*

Das Doppelspalt-Experiment

Wir beschreiben Teilchen durch eine Welle $\psi(x)$.

Bild vom Doppelspaltexperiment (aus rechtlichen Gründen entfernt)

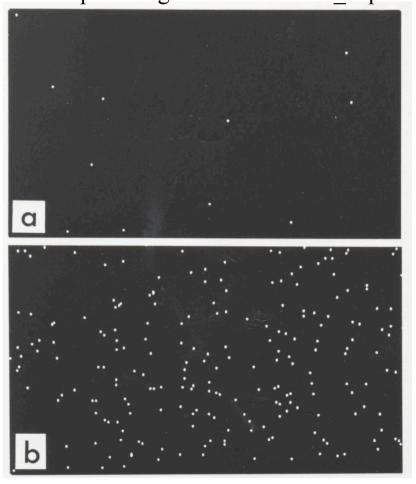
Bild der Streubedingung zu den Nebenmaxima (aus rechtlichen Gründen entfernt)

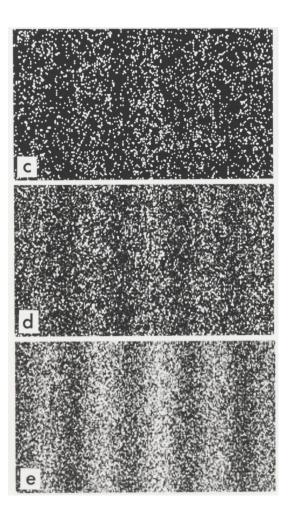
$$D \, \text{sin} \, \, \alpha_n = n \, \, \lambda$$



Welle-Teilchen-Dualismus

https://en.wikipedia.org/wiki/Double-slit experiment





Intensität → relative Häufigkeit → Wahrscheinlichkeit



Die de Broglie'schen Beziehungen

Der Doppelspalt zeigt, dass "Teilchen" auch "Wellen"-Eigenschaften haben.

$$p=h/\lambda$$

Mechanische Kenngröße = h · Kenngröße einer Welle

Für Wellen der Form

 $\Psi(x,t)$ ~ exp (2πix/λ) exp (2πivt)

wird die Beziehung $E = p^2/2m + V(x)$ zur Schrödinger-Gleichung.



Vorteile des "Wellenbildes"

- Wellen und ihre Interferenzeigenschaften sind in der Schule bekannt.
- Quantisierung als mögliche Schwingungsmoden unter Randbedingungen (schwingende Saite).
- Superposition als Überlagerung von Wellen.
- Konstruktive und destruktive Interferenz.



Schwierigkeiten des "Wellenbildes"

- Was schwingt bei dieser Welle?
- Interpretation (operationalistisch): |Ψ(x,t)|² ist die relative
 Häufigkeits(dichte), bei vielen Messung diesen relativen Anteil
 von Teilchen am Ort x zu finden.
- Abstraktion: |Ψ(x,t)|² ist die Wahrscheinlichkeits(dichte), bei einer Messung ein Teilchen am Ort x zu finden.
- Ist das Elektron an einem bestimmten Ort, auch wenn man es nicht beobachtet? Misst man den Ort des Elektrons oder erzeugt man seinen Ort? Was bedeutet der Kollaps der Wellenfunktion?
- Wieso lassen sich Ort und Impuls eines Elektrons nicht gleichzeitig messen? Woher kommen die Unschärferelationen?



Dirac – Polarisation von Licht

Polarisation und ihre "Messung"

Bild zum Brewster-Winkel (aus rechtlichen Gründen entfernt) Reflexion und Brechung von Licht an einer Wasseroberfläche; Brewster-Winkel, ...

Polarisationsabhängiger Strahlteiler – der Polwürfel:

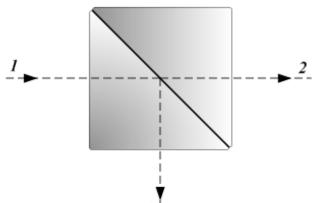


Bild eines Polwürfels (aus rechtlichen Gründen entfernt)

https://de.wikipedia.org/wiki/Strafilteiler



Mathematik des Polarisationsfilters

Bild eines Polarisationsfilters (aus rechtlichen Gründen entfernt)

Bild eines Experiments zur Polarisation (aus rechtlichen Gründen entfernt)



Übersicht

- Vorbemerkungen
- de Broglie und Dirac
- Quantenmechanische Grundkonzepte in der Sprache der Polarisation
- Übersetzung von Grundfragen zur Quantenmechanik in die Sprache der Polarisation



Grundkonzepte

- Was ist eine "Eigenschaft"?
- Was ist ein "(Quanten)Zustand"?
- Was bedeutet "Messung"?
- Was ist der "Kollaps"?
- Was bedeutet "Komplementarität"?
- Woher kommen die Unschärferelationen?

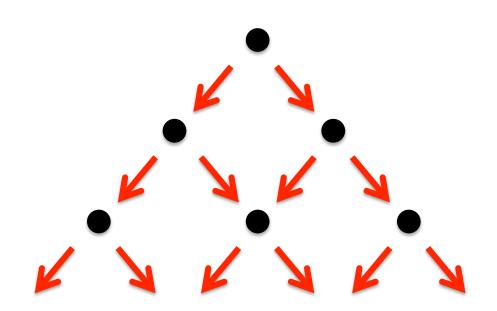
Außerdem sind Themen wie "Quantenkryptografie, Quantenteleportation, Quantencomputing", etc. für SuSs interessant.



Was ist eine Eigenschaft?

Das Galton-Brett

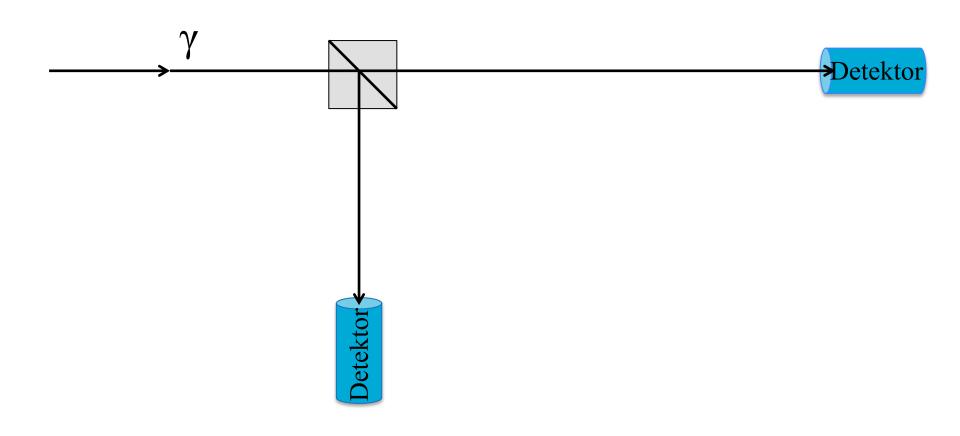
Bild eines Galton-Bretts (aus rechtlichen Gründen entfernt)



Die Tatsache, zu einer Seite abgelenkt zu werden, wird nicht zu einer Eigenschaft der Kugel.

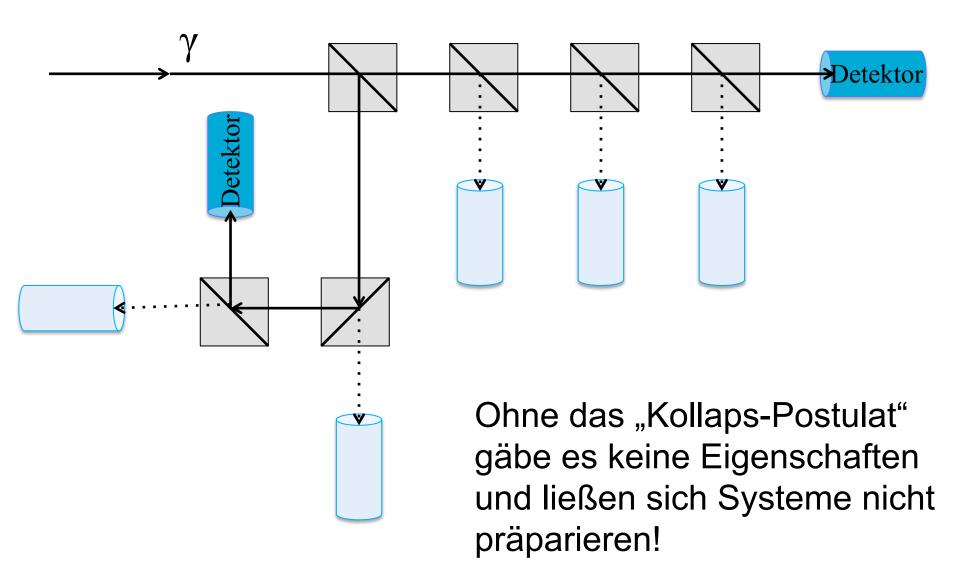


Was ist eine Eigenschaft?



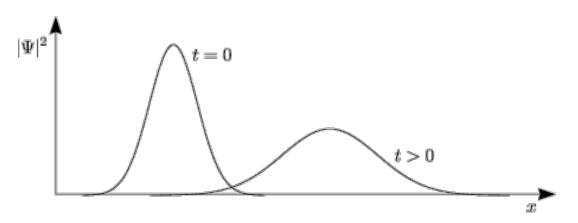


Was ist eine Eigenschaft?





Ist "Ort" eine Eigenschaft?



"Ort" ist für (fast) alle Hamilton-Operatoren keine Erhaltungsgröße!

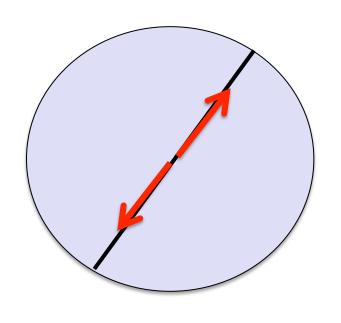
Mehrfachmessung des "Orts" eines Teilchens ergibt immer andere Werte; in Extremfällen entsprechen diese Werte einem "random walk" (vgl. Galton-Brett).

Mehrfachmessung des "Impulses" eines Teilchens (Vielfachgitter) ergibt dieselben Werte (wie beim Filter). Ist "Impuls" eine Eigenschaft – "Ort" aber nicht?



Was repräsentiert einen "Zustand"?

Ein Zustand ist definiert durch einen "Strahl".



- Der Strahl hat keine Richtung.

 Der Strahl kann durch einen normierten Vektor A repräsentiert werden.

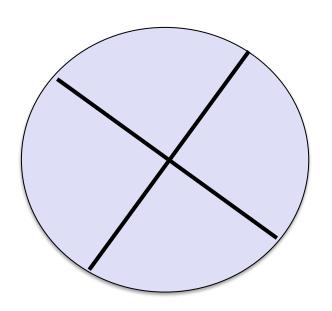
A und –A repräsentieren denselben Strahl.



Was repräsentiert eine "Observable"?

Eine Observable definiert ein "orthogonales Raster".

Bild eines Polwürfels (aus rechtlichen Gründen entfernt) Nach einer "Messung" ist das Photon in einem der beiden Zustände.



Eine "Messung" zwingt das System in ein bestimmtes "Schema". (Schrödinger: "Prokrustie". Der Messwert ist jedoch nicht wählbar.)



Messung ist keine "Beobachtung"! Messung ist ein Prozess

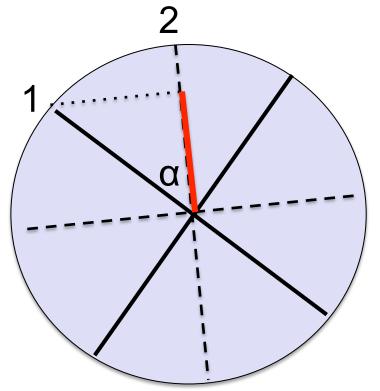


Bild eines Polarisationsexperiments (aus rechtlichen Gründen entfernt)

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Photon, das in Polarisation 1 präpariert wurde, in Polarisationsrichtung 2 gemessen wird, ist $p(1\rightarrow 2)=\cos^2\alpha$.

Überprüfung durch relative Häufigkeiten.



Der "Kollaps"

Nach der Messung befindet sich das Photon in einem der beiden Polarisationszustände der "Messvorrichtung" (Polarisationsstrahlteiler).

Ohne den Kollaps könnten wir Systeme nicht "präparieren".

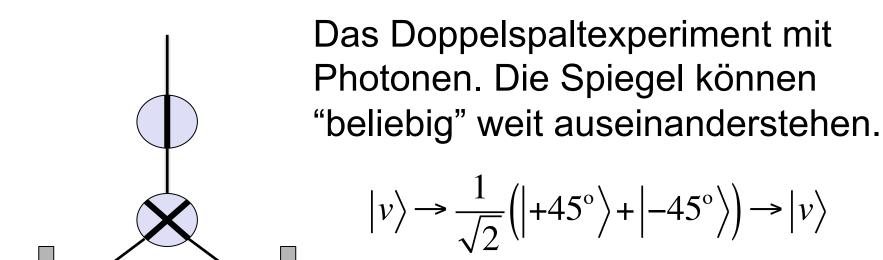
Genauer: Nach dem Durchtritt durch den Pol-Teiler befindet sich das Photon in einem "Superpositionszustand".

Erst die Registrierung der Ablenkungsrichtung führt zum Kollaps.



Spiegel

Superposition und Kollaps – Das Messproblem

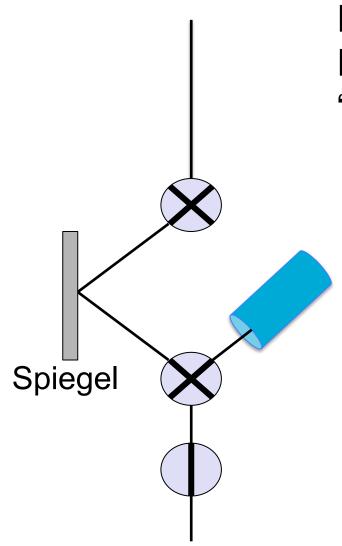


Spiegel

Zerlegung & Zusammensetzung



Superposition und Kollaps – Das Messproblem



Das Doppelspaltexperiment mit Photonen. Die Spiegel können "beliebig" weit auseinanderstehen.

Registrierung im Detektor

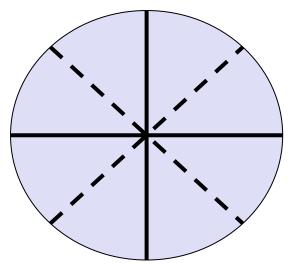
$$|v\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \left(+45^{\circ} \right) + \left| -45^{\circ} \right\rangle \right) \rightarrow \left| +45^{\circ} \right\rangle$$

"Messung ohne Wechselwirkung"

$$|v\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \left(+45^{\circ} \right) + \left| -45^{\circ} \right\rangle \right) \rightarrow \left| -45^{\circ} \right\rangle$$



Komplementarität



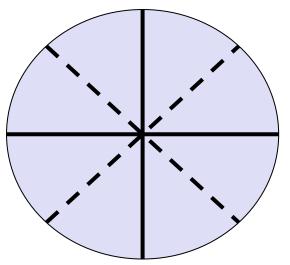
Zwei Observable, deren "Eigenzustände" maximal verschieden sind, sind komplementär.

Befindet sich das System in einem "Eigenzustand" zu der Observablen 1 (d.h., man erhält immer denselben Messwert), dann sind die Messwerte bezüglich der Observablen 2 gleichverteilt. (Das gilt auch für "Ort" und "Impuls".)

Die experimentierende Person entscheidet, was sie messen möchte. Es geht nicht beides!



Unschärferelationen

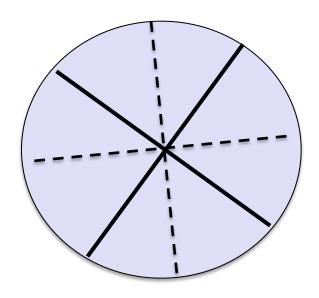


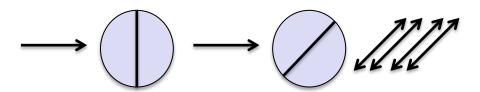
Zu komplementären Observablen kann ein System nie gleichzeitig in beiden "Eigenzuständen" sein!

Ist die eine Observable für ein System "scharf" (sie liefert immer denselben Messwert) hat die andere eine maximale Unschärfe (gleichverteilte Messwerte).



Inkompatible Observable





Zwei Observable mit verschiedenen "Eigenzuständen" kommutieren nicht.

Je nach Reihenfolge der Polarisationsteiler ist der Zustand am Ende ein anderer.

Man kann nie gleichzeitig zwei solche Observable "messen" - präparieren.



Übersicht

- Vorbemerkungen
- de Broglie und Dirac
- Quantenmechanische Grundkonzepte in der Sprache der Polarisation
- Übersetzung von Grundfragen zur Quantenmechanik in die Sprache der Polarisation



Übersetzung von Standardfragen in die Sprache der Polarisation

Ist das Elektron an einem bestimmten Ort, auch wenn man es nicht beobachtet?

Gibt es eine bestimmte Polarisationseigenschaft (z.B. horizontal/vertikal) auch, wenn man sie nicht misst (bzw. so präpariert hat)?

Misst man den Ort des Elektrons oder erzeugt man seinen Ort durch die Messung?

Misst man eine bestimmte Polarisationseigenschaft (horizontal/vertikal) oder erzeugt man diese Polarisationseigenschaft durch die Messung?



Übersetzung von Standardfragen in die Sprache der Polarisation

Was bedeutet der Kollaps der Wellenfunktion?

Was bedeutet die "Reduktion" der Polarisation auf die gemessene/präparierte Polarisationsachse?

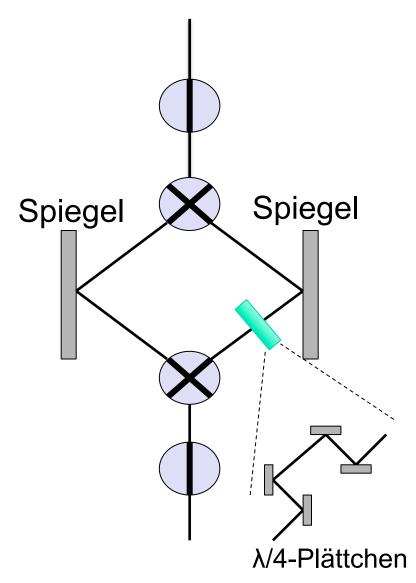
Wieso lassen sich Ort und Impuls eines Elektrons nicht gleichzeitig messen?

Wieso lassen sich die horizontale/vertikale und die +45°/-45° Polarisation nicht gleichzeitig messen?

Woher kommen die Unschärferelationen?



Der komplexe Zustandsraum



Weshalb benötigen wir einen komplexen Vektorraum?

Weshalb benötigen wir auch zirkulare Polarisationen?

$$|v\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\left| +45^{\circ} \right\rangle + \left| -45^{\circ} \right\rangle \right)$$

$$\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \left(-i \left| +45^{\circ} \right\rangle + \left| -45^{\circ} \right\rangle \right) \rightarrow |L\rangle$$

Hier kommt die Wellenlänge ins Spiel!



Die "Postulate" der Quantenmechanik

- Zustände entsprechen Strahlen in einem komplexen Hilbertraum.
- Observable entsprechen selbstadjungierten Operatoren (Operatoren mit orthogonalen Hauptachsen).
- Mögliche Messwerte sind die Eigenwerte (Elemente des Spektrums) dieser Operatoren.
- Die Wahrscheinlichkeit, einen Wert x im Zustand ψ zu messen, ist gleich dem Quadrat des Skalarprodukts: |⟨x|ψ⟩|².
- Nach einer Messung von x befindet sich das System in dem zugehörigen Eigenzustand |x> - (Kollapspostulat).
- Die Zeitentwicklung erfolgt nach der Schrödinger-Gleichung.



Zusammenfassung

- Viele Konzepte, die im "Wellenbild" schwierig nachvollziehbar sind, erscheinen im "Polarisationsbild" naheliegend.
- Es lohnt sich oft, Fragen aus dem "Wellenbild" in das "Polarisationsbild" zu übertragen ("komplementäre Bilder").
- Das "Polarisationsbild" ist oft näher an der Kopenhagener Deutung als das "Wellenbild".



Vielen Dank!

Cartoon zur Heisenberg'schen Unschärferelation (aus rechtlichen Gründen entfernt)

