

# **Zur Interpretation der Quantentheorie: EPR, Schrödingers Katze, Bellsche Ungleichung**

**Workshop der Heisenberg-Gesellschaft  
„Quantenphysik an der Schule“  
Schloss Lautrach, 17.-19. Juli 2015**

## Übersicht

- 1. Das Gedankenexperiment von Einstein, Podolsky und Rosen (1935)**
- 2. Schrödinger: Verschränkte Systeme**
- 3. Bell und die Nicht-Lokalität der Quantentheorie**
- 4. Schlussüberlegungen**

# 1. Das Gedankenexperiment von Einstein, Podolsky und Rosen (1935)

Einstein und Bohr über die Eigenschaften einer guten physikalischen Theorie

*Aufsätze mit wenig Formeln*

Ein Argument für die Unvollständigkeit der Quantenmechanik:

*Es gibt Elemente in der physikalischen Realität, die kein Gegenstück in der Quantenmechanik haben.*

## **Einstein, A./Podolsky, B./Rosen, N.: Can Quantum-Mechanical Description be Considered Complete?**

**Physical Review 47 (1935) S. 777-780**

Kann man die quantenmechanische Beschreibung der physikalischen Wirklichkeit als vollständig betrachten?



# notwendige Bedingung für Vollständigkeit:

*Jedes Element der physikalischen Realität muss seine Entsprechung in der physikalischen Theorie haben.*

# hinreichendes Kriterium physikalische Realität:

*Wenn wir, ohne auf irgendeine Weise ein System zu stören, den Wert einer physikalischen Größe mit Sicherheit vorhersagen können, dann gibt es ein Element der physikalischen Realität, das dieser physikalischen Größe entspricht.*

# Ein spezielles Beispiel zeigt:

*Man kann Ort und Impuls eines Teilchens vorhersagen, ohne das System zu stören. Die gleichzeitige Realität von Ort und Impuls hat aber in der QM kein Gegenstück.*

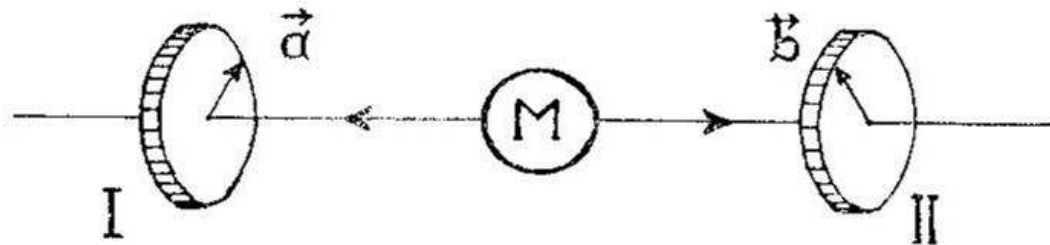
### *Das spezielle System:*

Zwei in entgegen gesetzter Richtung auseinander fliegende Teilchen, bei denen durch Messung der einen Komponente  $S_1$  das Ergebnis an der Komponente  $S_2$  errechnet und damit indirekt bestimmt werden kann.

$$\Psi(x_1, x_2) = \int e^{(2\pi i/h)(x_1 - x_2 + x_0)p} dp$$

Man misst bei  $S_1$  nacheinander Ort und Geschwindigkeit und schließt dann auf Ort und Geschwindigkeit des Teilchens bei  $S_2$ .

Mit dem Spin-Beispiel von Bohm (1951):



Der Messprozess ergibt (indeterministisch)

$$|a_I \uparrow\rangle |a_{II} \downarrow\rangle \quad \text{oder} \quad |a_I \downarrow\rangle |a_{II} \uparrow\rangle$$

bzw. bei anderer Wahl der Messrichtung

$$|b_I \uparrow\rangle |b_{II} \downarrow\rangle \quad \text{oder} \quad |b_I \downarrow\rangle |b_{II} \uparrow\rangle$$

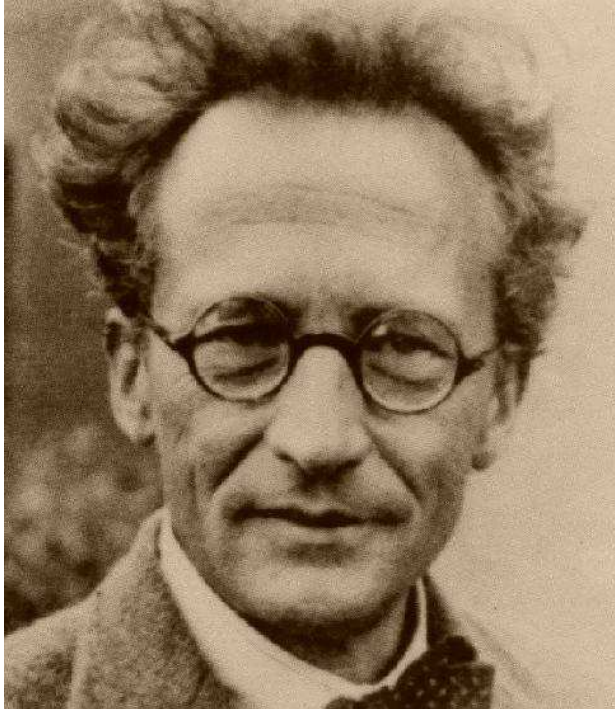
*„Da ... die beiden Systeme zum Zeitpunkt der Messung nicht mehr miteinander in Wechselwirkung stehen, kann nicht wirklich eine Änderung in dem zweiten System als Folge von irgendetwas auftreten, das dem ersten System zugefügt werden kann.“*

Ende des EPR-Artikels:

*„Während wir somit gezeigt haben, dass die Wellenfunktion keine vollständige Beschreibung der physikalischen Realität liefert, lassen wir die Frage offen, ob eine solche Beschreibung existiert oder nicht. Wir glauben jedoch, dass eine solche Theorie möglich ist.“*

Schnelle Reaktionen von Bohr (Komplementaritätswolke) und Schrödinger (Verschiebung der Aufmerksamkeit auf verschränkte Systeme)





## 2. Schrödinger: Verschränkte Systeme

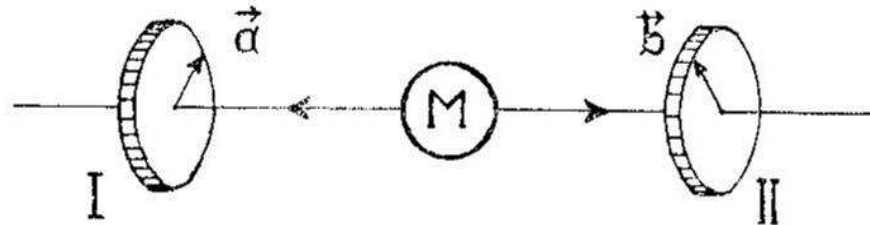
*Die gegenwärtige Situation in der Quantenmechanik,*

*Die Naturwissenschaften 23 (1935) 907-812, 823-828, 844-849*

Discussion of probability relations between separated systems,

*Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical*

*Society 31 (1935) 555-563*



Die Wellenfunktion des zusammengesetzten Systems ordnet den Komponenten keinen ‚eigenen‘ Zustand zu:

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |a_I \uparrow\rangle |a_{II} \downarrow\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |a_I \downarrow\rangle |a_{II} \uparrow\rangle,$$

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |b_I \uparrow\rangle |b_{II} \downarrow\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |b_I \downarrow\rangle |b_{II} \uparrow\rangle,$$

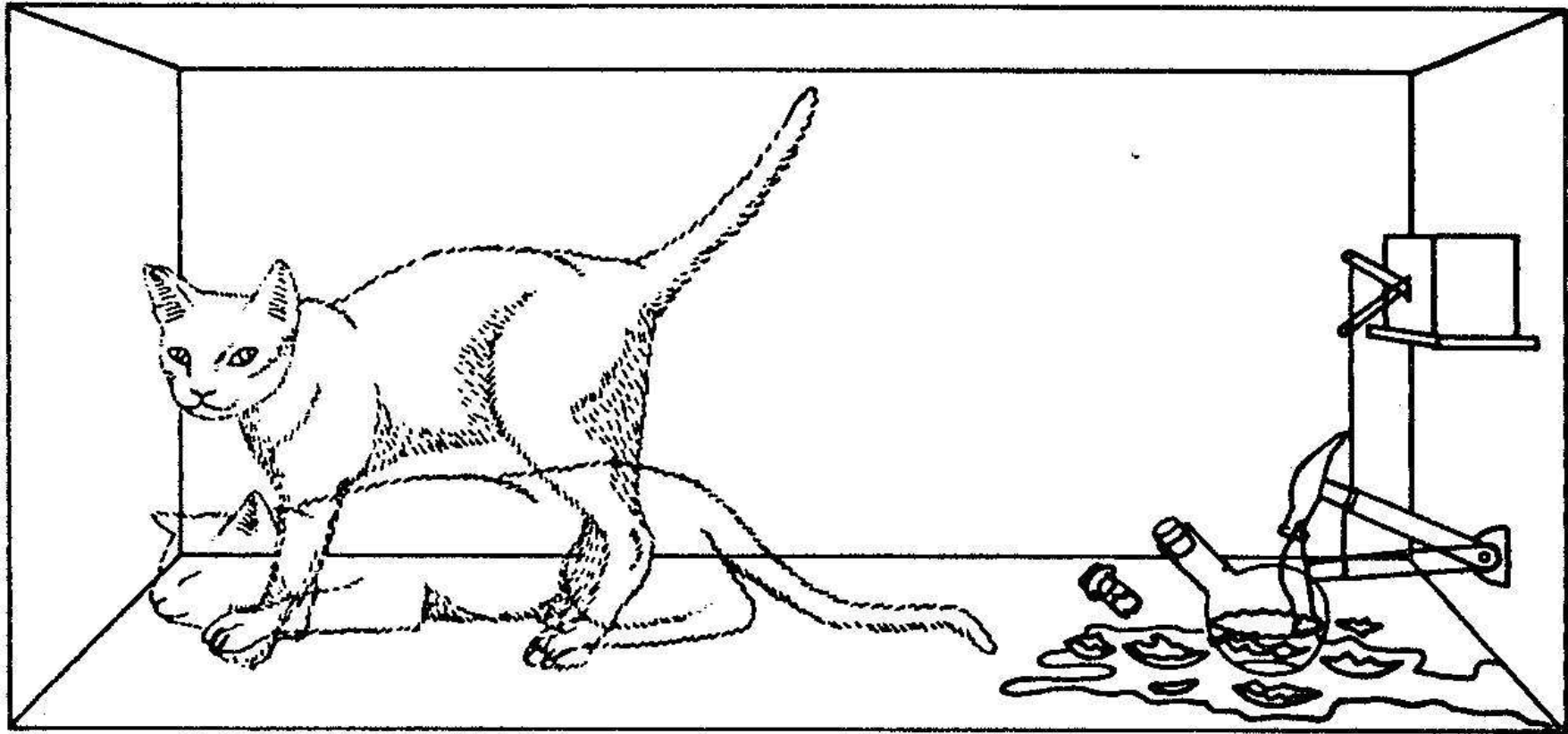
*(Zustandsvektor ist kein Produkt)*

Verschränkte Systeme (entanglement):

„ ... **der** charakteristische Zug der Quantentheorie, der ihre völlige Abweichung von der klassischen Denkweise erzwingt.“

*E. Schrödinger*

# Schrödingers Katze



Quelle: Mainzer 1990, S. 273

Superposition (und Vorliegen von Eigenschaften)

+

Die Wellenfunktion des zusammengesetzten Systems ordnet den Komponenten keinen ‚eigenen‘ Zustand zu.

Maximale Kenntnis des Gesamtsystems schließt nicht maximale Kenntnis des Teilsystems ein.

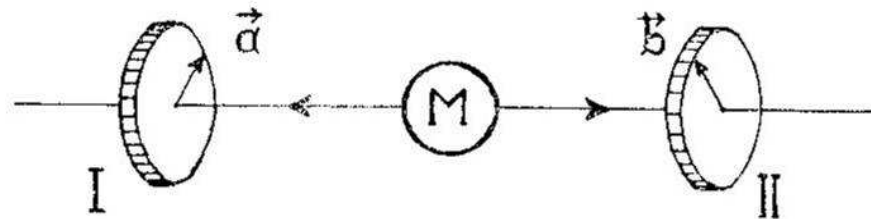
Schrödingers Katze als Veranschaulichung des Konflikts mit klassischen Intuitionen und Alltagserfahrung

*Hintergrund: Theorie des Messprozesses von John von Neumann (1932) [System + Messgerät]*

$$|\Psi\rangle = c_n |a_n\rangle |A_n\rangle + c_m |a_m\rangle |A_m\rangle$$

*Schrödinger: eher skeptische Töne im Hinblick auf den Zusammenhang von Wellenfunktion und Realität*

## Realisierungen des EPR-Gedankenexperiments



## Realisierungen des EPR-Gedankenexperiments

Heute meistens mit Polarisationsmessungen an Licht

Verschiedene Polarisationsrichtungen  $a$  und  $b$

Mögliche Messergebnisse: In dieser Richtung polarisiert (Wert +1) oder in dazu senkrechter Richtung polarisiert (Wert - 1).

*Messungen der Korrelationen (u.a. Aspect 1982, Zeilinger in vielen Varianten):* Korrelationen sind stark und offenbar nicht vom Abstand der Messgeräte abhängig.

### 3. Bell und die Nicht-Lokalität der Quantentheorie



John S. Bell: On the Einstein-Podolsky-Rosen paradox, *Physics 1* (1964) 195-200

Vgl. Paul Näger, M.St., Kap. 4 in  
C. Friebe et al., *Philosophie der  
Quantenphysik*,  
Berlin/ Heidelberg (Springer Lehrbuch)



Frage:

*Kann die Quantenmechanik durch die Einführung verborgener Parameter wieder zu einer lokalen und deterministischen Theorie gemacht werden?*

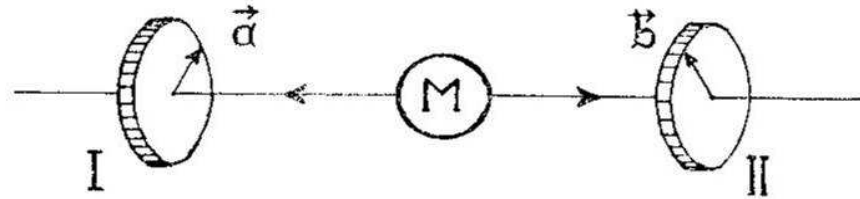
Ergebnis von Bell:

***Keine*** Theorie mit verborgenen Parametern kann, wenn sie die ***Vorhersagen der QM wiedergibt***, ***lokal*** in dem Sinne sein, dass die Messungen einem System nicht beeinflusst wird vom Messverfahren an dem anderen weit entfernten System.

Argument ist allgemein: *Es nimmt nur auf Korrelationen von Messergebnissen Bezug.*

*Es gilt für eine ganze Klasse von Theorien.*

Details:



$a, b, c$  seien Richtungen (jeweils bei I und II), in denen eine Komponente des Spins gemessen wird.

Ergebnis einer solchen Messung

$\mathbf{A}(a) = \pm 1$  (links) bzw.  $\mathbf{B}(b) = \pm 1$  (rechts).

$\lambda$ : *Verborgener Parameter*, der den Ausgang der Messung bestimmt.

$P(a)$  Erwartungswert der Messung A:  $P(a) = \int d\lambda \rho(\lambda) A(a, \lambda)$

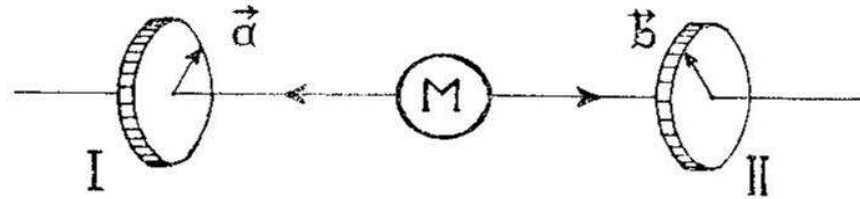
$P(a,b)$  Erwartungswert für das Produkt von A(a) und B(b).

$P(a,b)$  gibt zugleich Korrelationen an

(Für  $a=b$  in der QM: wenn  $A(a) = 1$ , dann  $B(a) = -1$ )



Details:



Lokalitätsannahme (heute: Faktorisierbarkeit)

$$(LA) \quad \mathbf{P}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \int d\lambda \rho(\lambda) A(\mathbf{a}, \lambda) B(\mathbf{b}, \lambda)$$

Daraus folgt *Bellsche Ungleichung* (BU)

$$| \mathbf{P}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - \mathbf{P}(\mathbf{a}, \mathbf{c}) | \leq 1 + \mathbf{P}(\mathbf{b}, \mathbf{c})$$

In der **Quantenmechanik**  $\mathbf{P}_{qm}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = -\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$  (als Skalarprodukt), verletzt BU.

*Alle* Theorien, die die Ergebnisse der QM reproduzieren, verletzen BU und damit diese Lokalitätsannahme. Keine Theorie, die LA erfüllt, kann Ergebnisse der QM wiedergeben.

*Vereinbarkeit mit der Speziellen Relativitätstheorie?*

Man kann eine Bellsche Ungleichung auch dann ableiten, wenn der verborgene Parameter  $\lambda$  zusammen mit der Ausrichtung der Messgeräte nur *Wahrscheinlichkeiten* für den jeweiligen Messausgang bestimmt.

Die gemessene Statistik kann nicht erklärt werden, wenn es nur lokale Einflüsse gibt. Wenn die kausale Einstein-Lokalität gilt (Einflüsse zwischen raumartig gelegenen Bereichen, d.h. „mit Überlichtgeschwindigkeit“ sind ausgeschlossen), ergibt sich ein Widerspruch mit gemessenen Daten.

*(Argumente mit bedingten Wahrscheinlichkeiten)*

*Maudlin: Analogie mit einem Strategiespiel*

Verfeinerungen:

*Outcome dependence*      Abhängigkeit vom Ergebnis der  
Messung am anderen Flügel

*Parameter dependence*      Abhängigkeit von der Wahl der  
Messrichtung am anderen Flügel

Verletzung der BU erfordert *Parameter dependence*.

### **Generelle Frage:**

In die Ableitung der Bellschen Ungleichung gehen plausible Annahmen ein. Sie ist aber verletzt, wie die Messungen zeigen.

*Welche der Annahmen sollte aufgegeben werden?*



## Probleme mit der Relativitätstheorie

Einfluss zwischen Variablen, die raumartig zueinander gelegen sind.

Man kann keine Signale senden.

*O.k., trotzdem gibt es eine statistische Abhängigkeit*

*Abhängigkeit durch nichtlokale kausale Relation oder durch nicht-lokalen Zustand? Wie sieht ein solcher Zustand aus?*

*Auszeichnung einer Hyperebene?*

*Alternativen zur Quantentheorie?*

Maudlin: „Choose your poison!“ (p. 201)

Die Tatsache, dass die Quantenmechanik die Korrelationen korrekt wiedergibt, löst das Problem nicht.

*Mechanismus der Messung? Raumzeitlicher Vorgang?*

Wie kommen die Korrelationen zustande?

„The answer, being disappointing perhaps, is that quantum mechanics can say nothing about it.“

*Günther Ludwig, 1971*

## 4. Schlussbemerkungen

Eine Geschichte enttäuschter Hoffnungen.

*Einstein und Mitarbeiter wollten zeigen, dass die QM unvollständig ist. Sie haben dabei ein neues Problem sichtbar gemacht, die Einsteins Intuitionen noch mehr zuwider läuft als die Anerkennung der Vollständigkeit der Quantenmechanik.*

Man kann mit relativ einfachen Mitteln zeigen, dass von einer Reihe plausibler Annahmen mindestens eine aufgegeben werden muss.

Zu diesen Annahmen gehören:

# Korrelationen sollten erklärt werden

*(methodologisch)*

# Separabilität (unabhängige Existenz von räumlich distanten Dingen) *(metaphysisch)*

# spezielle Relativitätstheorie *(physikalisch)*

Die Diskussionen haben noch nicht zu einem allgemein akzeptierten und leicht einsehbaren Ergebnis geführt.

*„In my childhood the legend was current, that only twelve men in the world understood Einstein’s theory. Nowadays, relativity is quite tame; but I shall argue presently that nobody yet understands the quantum theory.”*

Howard Stein, 1972



## Zum Weiterlesen

Cushing, James T. (1998): Philosophical Concepts in Physics: The Historical Relation between Philosophy and Scientific Theories, Cambridge, Cambridge University Press, insbes. S. 319 - 330

Maudlin, Tim (2011): Quantum Non-locality and Relativity, Oxford (third edition)

Friebe, Cord et al. (2015): Philosophie der Quantenphysik, Berlin/ Heidelberg 2015 (Springer Spektrum), Kap. 4: Verschränkung und Nicht-Lokalität: EPR, Bell und die Folgen (*Näger/ Stöckler*)

Stanford Encyclopedia of Philosophy, hg. von E. N. Zalta  
<http://plato.stanford.edu/entries/>:

The Einstein-Podolsky-Rosen-Argument in Quantum Theory (A. Fine), Thought Experiments (J. R. Brown)  
Holism and Nonseparability in Physics (R. Healey)