

Facetten der Quantenphysik:

Bericht über eine Lernumgebung mit Schwerpunkten im Konzeptionellen und in "Nature of Science".

Gotha, 24. Juni 2023 - Heisenberg Gesellschaft

Hans Peter Dreyer, Universität Zürich & Kantonsschule Wattwil

hanspeter.dreyer@uzh.ch





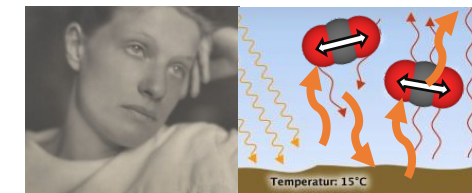
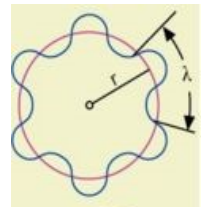
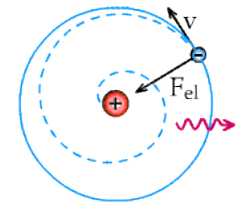
Interessen im Gnasium: Skala 5-1, N(9.10.Sj.) \approx 4000, N(12./13.Sj.) \approx 2000, 2012-2013

9./10. Sj.: **Physik = 2.9** (Biologie = 3.8) 12./13. Sj.: Physik = 2.7 9./10. Sj.: Physik: männl. = 3.3 **Physik nur weibl. Nicht-MINT = 2.4**



Stimmen zu den «Facetten der Quantenphysik» = Zitate aus Lerntagebüchern

- Ich fand es super, dass die neuen **Begriffe** (...) **erklärt** werden (z. B. Heuristik). Zudem waren die vielen **farbigen Bilder** sehr unterstützend beim Verständnis. (Manuela 11. Sj.)
- Es ist ein interessantes Thema und auch **nützlich geschrieben**, da es sich auf Alltägliches bezieht und man etwas mitnehmen/lernen kann. (Alena 11. Sj.)
- Wir **hadern mit dem Wirkungsquantum h** . Wir können es uns nicht bildlich vorstellen. (Lena, 11. Sj.)
- Mich überraschte, dass das **Bohrsche Atommodell so viele Fehler** aufweist, weil ich es bereits in der **Chemie** kennengelernt habe, dort aber nie etwas über diese Mängel erfuhr. (Jack 12. Sj.)
- Ich fand es interessant, dass Louis de Broglie diese Idee **ohne experimentelle Stütze** aufbauen konnte. (Julia 12. Sj.)
- Ich fand es schön, dass auch die Physikerin **Hertha Sponer erwähnt** wird. (Luise 12. Sj.)



Kritik: Ca. 5 % äussern sich ähnlich wie Jenny, 11. Sj.

Mir persönlich hat es ein wenig zu viel Info-Dump (...) einfach zu viel Geschichte.



Hintergrund: Quantenphysik am Gymnasium



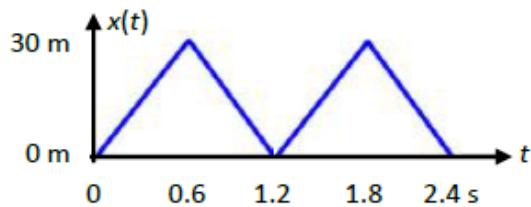
Gymnasiale Physik ohne Quanten,
ist wie Geschichte, die um 1900 endet.
Leider ist das unsere Situation auf der Oberstufe
im obligatorischen Grundlagenfach.



Nicht Quantencomputer, sondern Bildung:
Erweiterung der Weltsicht in Richtung Mikrokosmos,
Verständnis für das Wesen von Wissenschaft (NOS).

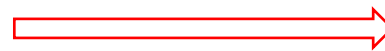


Viele: «Ich finde Physik nicht interessant.»



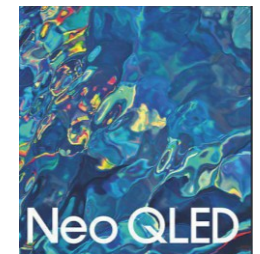
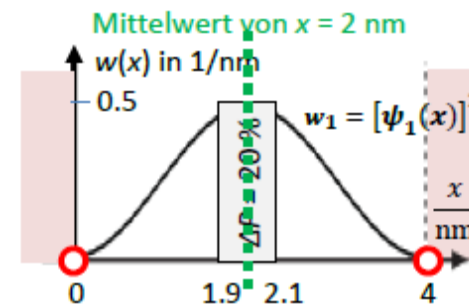
FIGUR 2.17: WEG-ZEIT-GESETZ $x(t)$

Was tun für die



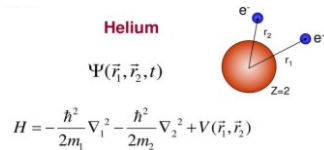
Nicht-MINT-Mehrheit?
(rund 70 % ♀)

Annalena: «Ich finde es toll, ist Physik so philosophisch.»



Zielpublikum ↔ Didaktische Rekonstruktion

Rekonstruktion so, dass Konzepte der *Fachwissenschaft* und Vorstellungen der *Lernenden* gleiches Gewicht erhalten. (Kattmann et al. 1997)



Im Prinzip bekannt -
was auswählen, was weglassen?



Alle lernen auch Biologie und Chemie.
Unterrichtszeit knapp ↔ 16 Lektionen

Physikdidaktik: Das 'Bohrsche' Atommodell ist die eindeutig dominierende Schülervorstellung (Müller & Schecker, 2018).

1 unstrukturiert	2 Planeten-Atom	3 Orbital mit Grenze	4 Orbital - wolkig	5 abstraktes Objekt
				ein Elektron.
				↑ Richtung

Physikdidaktik: Students showed *less difficulty* assigning both wave and particle behaviour **to light than to electrons**. (Krijtenburg-Lewerissa et al., 2017).

Modul 1 = Minimum

Semiklassische Quantenphysik des Lichts
6-8 Lekt. / 10.-11. Sj.

Modul 2 = Normal

Einstieg in die Quantenmechanik
8-10 Lekt. / 11.-12. Sj.

Modul 3 = Ideal

12. Sj.
Vertiefung QM

Entwicklung & Erprobung: N ≈ 500 Lernende,

10 Lehrpersonen in 4 Kantonen

nicht erprobt

«FACETTEN DER QUANTENPHYSIK»



Brücken in neue Gebiete

Was ist Licht?
Ein Quantenobjekt!



Semiklass. QP d. Lichts

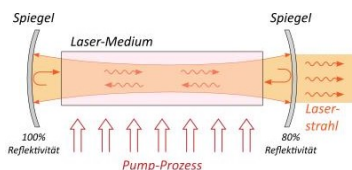
Licht ist **nicht anschaulich**:
ein Quantenobjekt.

W-T-Dualität
entwickeln



$$E = hf$$

$$p = h/\lambda$$



Wo ist das Elektron?
Im Zustand ψ !



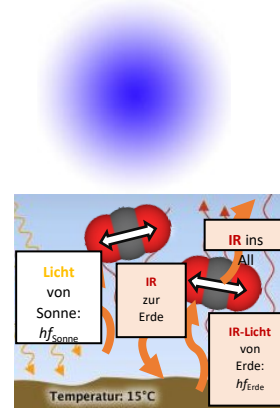
Einstieg in die QM

Q.objekte verhalten
sich **nicht deterministisch**.

W-T-Dualität
nutzen

$$\lambda_{dB} = h/p$$

$$w(x) = \psi(x)^2$$



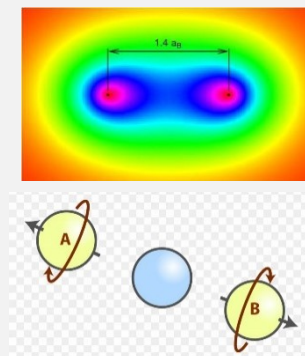
Wie ist die
Quantenwelt?
Schwankend!



Q.objekte zeigen
sich **nicht scharf & nicht unterscheidbar**

Heisenberg-UBR
 $\Delta x \cdot \Delta p \geq h/4\pi$

Drehimpuls, Spin
Mehrere Q.objekte
Pauli-Prinzip
Verschränkung



«FACETTEN DER QUANTENPHYSIK»

konventionelle Methodik

1.2.1 Heisse Körper strahlen – Plancks Strahlungsgesetz

Früher musste man Fieber mit einem Thermometer in Körperkontakt messen. Heute geht es kontaktlos mit einem Gerät, das die Körperstrahlung erfasst. Unser Körper sendet ein Gemisch von elektromagnetischen Strahlen aus. Aber nicht nur wir, sondern alle Körper besitzen eine gewisse Temperatur und senden eine dieser Teilchen aus, die, wie eine Glühlampe, Kochherd, ... ausstrahlen. Das genau formulierte Max Planck 1900 nach Vorarbeiten von Willi Wien und anderen. Wir verzichten auf Mathematik und verschaffen uns mit der Figur 1.3a einen grafischen Überblick über das Gesetz der Wärmestrahlung: Nach oben ist die Strahlungsmenge aufgetragen, die von zwei Variablen abhängt: (1) von der Temperatur des Strahlers, die nach hinten zunimmt. Anstelle einer Skala sind Beispiele mit

aus Modul 1



2.3.4 Bestätigung mit Neutronen am Doppelspalt: Experiment von Anton Zeilinger et al.

Nicht für die Schule geeignet, aber durchsichtig und aufschlussreich ist das Experiment, das 1988 Anton Zeilingers Team in Wien durchführten. Sie «nahmen» Neutronen aus einem Kernreaktor, bremsten diese ab und leiteten sie in die Versuchsanordnung mit einem Doppelspalt. Solchen Beschleunigern man in der Strukturunterstützung Kristallen oder Bio-Molekülen. Die Grundlagenforschung von Zeilinger und seinem Team spielt sich im gelben Tank ab. Dort werden die Neutronen nach 5 m Flug durch den leeren Raum am Doppelspalt entsprechend der de Broglie-Wellenlänge abgelenkt (schematisch in Figur 2.5a). Nach weiteren 5 m Flug treffen sie auf einen Detektor mit Bor (als BF_3). Wenn ein Bor-Kern das Neutron verschluckt, sendet er ein γ -Quant aus, durch welches das eingetroffene Neutron zählbar wird. Die Position des Zählers wird nach jeweils 125 Minuten um etwa $10 \mu\text{m} = 1/100 \text{ mm}$ (!) in der Pfeilrichtung verschoben. Das Ergebnis der Messreihe ist in Figur 2.5b

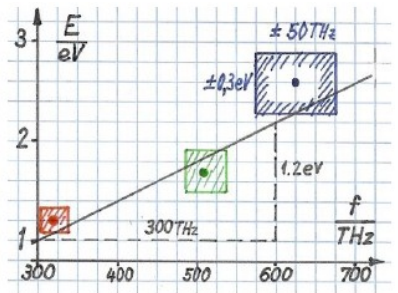
aus Modul 2



BILCK INS LABOR VON ZEILINGER ET AL., RECHTS AM BILDRAND



Experimente



Aufgaben

- 2.5) George Paget Thomson bestätigt die de Broglie-Wellenlänge von Elektronen präzise 1927 strahlte G. P. Thomson Elektronen mit 13 kV auf etwa 10 nm dünne Nickelkristallite, ähnlich wie beim Graphit-Schulexperiment. Für dieses Experiment erhielt er den Nobelpreis.
- Wie schnell waren diese Elektronen? Rechnen Sie klassisch. Wie gross war ihre dB-Wellenlänge?
 - Wie gross ist auf Grund dieser Daten der Ablenkungswinkel bei einer Gitterkonstanten von 215 pm?

MINT-Ergänzungen

entstehen mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit Energie. Diese besitzen die der Impulserhaltung fliegt auch der Reststrahl Lichtquanten können in gleichzeitig ein Signal n Zusammentreffen zweier zwangsläufig. Wenn man zweiten ψ_1 (Pfeil →) Wesentlich ist, dass das das zweite unterwegs ist. Die Detektoren mit

FIGUR 1.3b: DATEN ZUM STRALUNGSGESETZ

Nun musste Max Planck, Professor für theoretische Physik an der Universität Berlin, arbeiten. Es gelang ihm, wie er selbst sagte, eine Krücke zu konstruieren. Für das neue Strahlungsgesetz verband er ein Gesetz für kurze und eines für grosse Wellenlängen, zu einer glücklich erratenen Interpolationsformel. (Latein inter + polus = zwischen zwei Punkten bestimmen).

Nature of Science-Ergänzungen

Mit deutscher Hilfe kommt Lenin nach Russland. Prince Louis-Victor Pierre Raymond de Broglie, älterer Bruder Maurice überschickte ihn in Paris ins Lycée befasste er sich zunächst mit Maurice, eines promoviert Maurice ist Sekretär der 1 Dualismus des Lichts vorträg und Diskussionen, der so Quantenphysik kommt. Er er



Italien, Spanien, Frankreich ... Faschisten aller Schosst effektiv seine Verlobung auf. Der Unter

Anlässe zu Reflexion

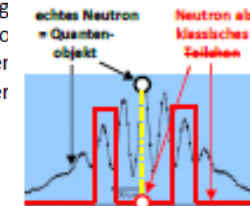
und Diskussion in Gruppen:

Reflexion:

Was halten Sie von Einsteins Charakterisierung, de Broglies Idee sei eine «Konstruktion»?

Vergleichen Sie diese mit Einsteins Selbsteinschätzung der Lichtquantenidee im Abschnitt 1.3!

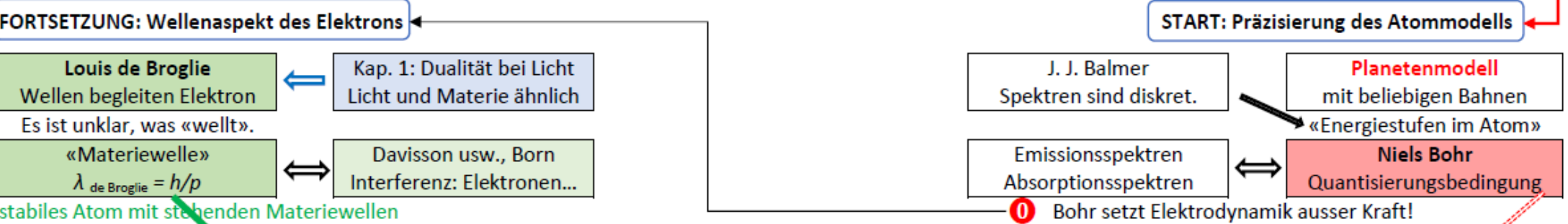
In Figur 2.6a ist im gleichen Massstab wie in Figur 2.5b die Schattenfigur gezeichnet, die das Neutron «sieht»: Der 100 μm dicke Draht auf der Symmetrieachse vom Eintrittspalt auf die 10 m entfernte Messebene projiziert, führt zu einem 200 μm breiten Schatten. Wären die Neutronen gewöhnliche, kleine Teilchen, dann dürften keine hinter die Symmetrieachse gelangen; dort müsste ein Minimum sein!



In der Figur 2.6b ist schwarz nochmals die reale Zählrate mit dem Maximum auf der Symmetrieachse abgebildet. Rot ist zusätzlich dargestellt, wie die Zählrate sein müsste, wenn Neutronen kleine, klassische Körnchen wären: Wert = 0 auf der Symmetrieachse! Weil der Eintrittspalt eine Breite von 20 μm besitzt, müsste man zwischen 0 und maximal noch Übergänge mit Halbschattenzonen einbeziehen.

FIGUR 2.6b: VERGLEICH ZWISCHEN WIRKLICHEN NEUTRONEN, DIE QUANTENOBJEKTE SIND, UND FIKTIVEN NEUTRONEN = KLASSISCHEN-TEILCHEN

MODUL 2	Lernweg zu einem quantenphysikal. Verständnis von Atom und Elektron	Info für die Lehrperson
WO IST DAS ELEKTRON? 8-10 Lektionen im 11. oder 12. Schuljahr	EINSTELLUNG ZUM THEMA: neutral bis negativ; Materie ist voluminös, schwer und träge ... VORSTELLUNGEN (Ende Sek I): Materie ist in planetenartigen Atomen strukturiert. Das Elektron ist ein kleines Korn. VORKENNTNISSE (beim Start): Newtons Mechanik gilt für Massenpunkte. Coulombkraft. Gesetze der Chemie gelten für Atome.	



LEITIDEE 2.0: Das Planetenmodell des Atoms ist anschaulich, aber falsch; Bohrs Modell ist veraltet.

Wellenaspekt des Elektrons	LEITIDEE 2.1: Elektronen, Neutronen usw. zeigen sich körnig <i>und</i> wellig, sind also Quantenobjekte.	Teilchenaspekt des Elektrons
①	Wellenlänge λ_{dB} $f_{dB} = ?$ $c_{dB} = ?$	H-Atom ohne Rotatio
	$\lambda_{\text{de Broglie}} = h/mv = h/p$	
	Masse m , Ladung q , Impuls p	
experimentelle Überprüfungen des Wellenaspekts bei (1) freien Quantenobjekten am Doppelspalt und (2) beim Tunneleffekt.		(3) Dualität gibt stabiles H-Atom

Die Wellen-Teilchen-Dualität von Quantenobjekten ist strukturierendes Element der Didaktischen Rekonstruktion

LEITIDEE 2.3: Das Elektron ist überall (mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit) und nirgends (mit Sicherheit). – Atome sind flauschig.

③ **Max Borns Regel:** $w(x) = \psi^2$ verknüpft Welliges mit Körnigem durch Wahrscheinlichkeit. Keine Kausalität in der Quantenwelt! Das missfiel Einstein und Schrödinger.

PRAGMATISCHE EBENE	Begriffe, Formeln, Kompetenzen
kreisende Elektronen strahlen	Atome sind etwa 10^{-10} m klein
Dualität bei der Materie	$\lambda_{\text{de Broglie}} = h/mv$
Quantenobjekt mit Ruhemasse	Klausur
Elektronenbeugung am Doppelspalt	
Elektronen sind überall und nirgends.	ψ -Funktion
Elektronen sind nicht an einem Ort, sondern in einem Zustand ψ .	
stehende Wellen im Atom	ψ_1 mit E_1
Wahrscheinlichkeitsdichte	$w(x) = \psi^2$
Antreffwahrscheinlichkeit	$\Delta p(x) = w(x) \cdot \Delta x$

ONTOLOGISCHE EBENE	Kritisierte / angestrebte Konzepte
2.0a) Planetenmodell	ist teilchenartig, anschaulich, ohne Quantisierung.
2.0b) Bohrs Modell	ist irreführend (Bahn) und teilweise falsch (flach).
2.1a) Elektronen	zeigen Wellenaspekt, also Dualität: Quantenobjekte.
2.1b) Atome sind o	Dualität des Elektrons.
2.2a) Das Elektron	vern in einem Zustand ψ .
2.2b) Stehende ψ -	ale der Chemie.
2.3a) Wahrscheinli	lliges mit Körnigem.
2.3b) Wahrscheinli	it quantitativ.
2.3c) $w(x)$ mit Geometrie aufaddiert	liert Wahrscheinlichkeit.

Tagebücher
Fragebogen
Interviews

Welle-Teilchen-Dualität ist hilfreich: Lerntagebücher (N ≈ 60)

- *Mich hat überrascht, dass Licht sowohl körnig als auch wellig sein kann und **die Physik sich noch nicht auf nur eine Eigenschaft** beziehen kann.*

(Flavio, 11. Sj.)



- *Man sollte sich **anfreunden mit unlogisch erscheinenden Phänomenen** auf der Welt, denn wenn wir auch keinen direkten Zugang zu ihnen haben, machen sie auf eine uns vielleicht auf den ersten Blick unverständliche Weise Sinn.*

(Leila, 11. Sj.)

- *Diese quantenphysikalische Dualität ermöglicht einem, **mit den alltäglichen Wörtern** «Teilchen» und «Welle» über das Verhalten des **Quantenobjekts** «elektromagnetische Strahlung» = Licht zu **sprechen**.*

(Annalena, 11. Sj.)

- *Ich finde es **sympathisch**, dass sich **mit trivialen Wörtern** wie «Teilchen» und «Wellen» über das Verhalten von EM-Strahlung sprechen lässt.*

(Sandra, 11. Sj.)



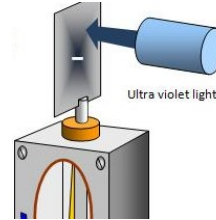
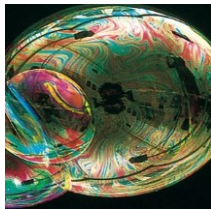
MODUL 1

Was ist Licht?

wellenartig

h

auch teilchenartig



Einstein, 1905:

erklärt Erscheinungsgruppe "Erzeugung und Verwandlung von Licht" mit etwas Neuartigem: **Lichtquant**

⇔ *heuristischer Gesichtspunkt*

$$E = hf = hc/\lambda$$

$E \Rightarrow$ **Teilchenaspekt**

$f \ \& \ \lambda \Rightarrow$ **Wellenaspekt**

Lernende akzeptieren heute den **Teilchenaspekt** zusätzlich zum Wellenaspekt leicht.

Physiker lehnten ab: Solvay Konferenz 1911 & Planck et al. 1912 & Millikan 1915 & Bohr 1920

MODUL 1

Konzeptwechsel: Es gibt in der Natur unanschuliches Verhalten.



Was ist Licht?

wellenartig

h

auch teilchenartig

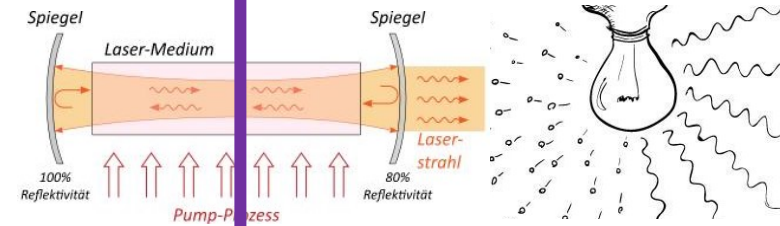
nicht unvereinbar

'paradox' our feeling

QED

Compton

Q.Optik



Einstein, 1909:

Wellenaspekt und Teilchenaspekt sind **'nicht miteinander unvereinbar'**.

Für Lehrpersonen:

Strahlungsgesetz & Entropiekonzept zeigen für Schwankungen $\Rightarrow \langle (\Delta E)^2 \rangle = \text{const.} \cdot E^2 + hf \cdot E$
Energiedichteschwankung = wellenartiger, klassischer Teil + teilchenartiger, quantenphysikalischer Teil

Den Lernenden hilft Feynmans Aussage (1965): *The 'paradox' is only a conflict between reality and our feeling of what reality 'ought to be'.*

«Licht ist ein Quantenobjekt mit Wellen- und Teilchenaspekt.»

MODUL 2

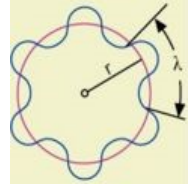
Konzeptwechsel: ~~Punkt-Teilchen~~ durch **nicht-lokales Quantenobjekt** ablösen.



Wo ist das Elektron?



teilchenartig

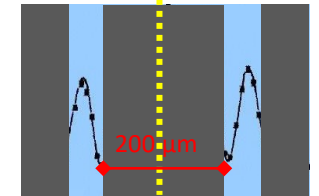


auch wellenartig



«Feldskalar» ψ

Hücl ETH, 1926:
*Gar manches rechnet Erwin schon
Mit seiner Wellenfunktion*



de Broglie, 1923: *unifier les points de vue corpusculaire et ondulatoire* → Materiewelle, nicht lokal

Die Lernenden verstehen die Dualität in $\lambda_{dB} = h/p$; sie vertiefen den Wellenaspekt mit freien, gebundenen und tunnelnden Objekten.

Le sens véritable des quanta ...

... erfasst erst **Schrödinger 1926** mit dem «Feldskalar» ψ .

«Atome sind flauschig.»

«Das Elektron **ist nicht** an einem Ort $x(t)$ »

→ Intuitiv, einleuchtend, präzisierungsbedürftig

→ Nur die Hälfte der Antwort.

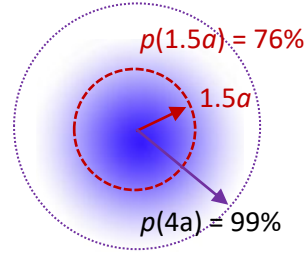
MODUL 2

Konzeptwechsel: Die **Wahrscheinlichkeit** spielt eine fundamentale Rolle in der Quantenphysik.

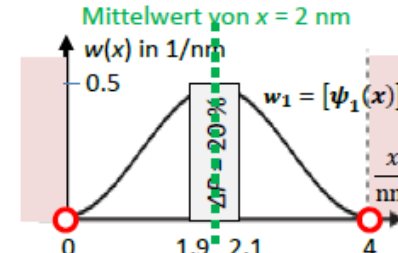
Wo ist das Elektron?

Sek.II - Lernende 2023:
*nur wissen möchte man gerne wohl,
was man sich dabei vorstell'n soll.*

Quantitativ nur stationäre Zustände
 $\Leftrightarrow \psi$ ist reell.



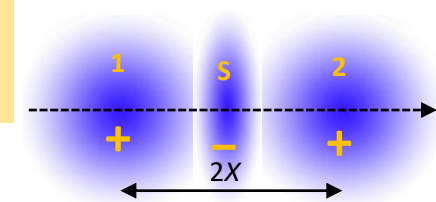
$$\psi_1(r) = C_1 \cdot e^{-r/a}$$



$$w(x) = \psi(x)^2$$



Überlagerung Dekohärenz



Schrödinger, 20./26. Februar 1926 an Sommerfeld/Planck: ψ -Schwingungen sind nicht (...)

elektromagnetische Schwingungen im alten Sinn / Massenschwingungen im Sinne der gewöhnlichen Mechanik

Born, Juni 1926: Dabei knüpfe ich an eine Bemerkung Einsteins über das Verhältnis von Wellenfeld und Lichtquanten an. (...) Dieses 'Gespensterfeld' bestimmt die **Wahrscheinlichkeit** dafür, dass ein Lichtquant (...) einen bestimmten Weg einschlägt.

Attraktiv, salopp: «Das Elektron ist überall (mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit) und nirgends (mit Sicherheit)».

«Das Elektron ist nicht an einem Ort $x(t)$, sondern in einem (quantenmechanischen) Zustand $\psi(x)$.»

Nachweis von Vorstellungsentwicklungen: Fragebogen (N ≈ 90)

Keine Referenzpopulation!



ATOM	<i>m</i>	<i>s</i>	<i>m'</i>	<i>s'</i>
*Das Atom hat eine ähnliche Struktur wie das Sonnensystem.	*3.6	1.17	*2.6	1.27
Die Oberfläche eines Atoms ist flauschig und unbestimmt.	2.3	1.00	3.7	1.32
*Im Atom bewegen sich die Elektr. auf best. Bahnen um den Kern.	*3.6	1.28	*2.9	1.44
Man kann vereinfacht sagen: 'Ein Elektron ist überall und nirgends.'	3.5	1.19	4.1	1.15
Mittelwerte auf der Skala ATOM	2.6		3.5	
Cronbachs alpha	0.81		0.89	

Wirkung des Unterrichts:

Mass = Cohens Effektstärke d_K

$$d_K = \frac{\Delta m_K}{\bar{s}_K}$$

KONSTRUKT	m_K	m'_K	Δm_K	d_K	sig _K	Effektstärke
LICHT	2.79	3.20	0.41	$d_L = 0.39$	1 %	knapp mittel
ATOM	2.64	3.53	0.89	$d_A = 0.73$	1 %	mittel bis hoch
(FREIES) ELEKTRON	3.08*	3.77*	0.69*	$d_E = 0.44^*$	1 %	mittel*
ZUFALL	2.43	3.06	0.63	$d_W = 0.54$	1 %	mittel

Integrales Quantenkonzept (4 Konstrukte): $d = 0.75$ 0.1 %

Auch die FACETTEN führen nicht zu 100% Lernerfolg ($\Leftrightarrow d \approx 2$)

Hoehn & Finkelstein, 2018, Uni Boulder:

*We argue that the **messiness** of student reasoning should be valued [als Ansatz für weitere Arbeit an Konzeptwechseln].*

Messiness gibt es immer beim Entstehen von Wissenschaft: 1926 Ordinarius Schrödinger – 2023 Sek II - Lernende.

Bilanz

Modul 1:
Semiklass. QP d. Lichts
'unanschaulich'
Experiment > Theorie



Modul 2:
Anfänge der QM
'nicht deterministisch'
Theorie > Experiment



Es überraschte mich, dass die **Physik** im Grunde nicht einfach schon da ist, sondern **von Menschen erarbeitet** wird. (Thea)

*What do I mean by **understanding**? Nothing deep or accurate — just to be able to see **some of the qualitative consequences** of the equations by some method other than solving them in detail. (R. Feynman, 1947, S.1)*

Mit den FACETTEN erreichen an der gymnasialen Oberstufe auch Nicht-MINT-Lernende in vernünftiger Zeit (1) ein ausbaufähiges Verständnis der Quantenmechanik und (2) vertiefte Einsicht in das Wesen der Physik.

Für schulische Zwecke frei auf dem Web: → [uzh facettenquantenphysik](https://www.ife.uzh.ch/de/research/niebert/forschung/facettenquantenphysik.html)
<https://www.ife.uzh.ch/de/research/niebert/forschung/facettenquantenphysik.html>



Ich danke herzlich

den Kollegen B. Gasser & HR.Deller

&

B. Heimgartner & U. Seeger

für die Unterstützung bei

Entwicklung und Erprobung

und Ihnen

für Ihre Aufmerksamkeit.

Einige Quellen

- Bern, M. (1951). *The Restless Universe*. New York: Dover.
- Born, M., & Biehm, W. (1968). Dualism in quantum theory. *Physics Today*, 21 (8), 51.
- Brachner, A. & Fichtner R. (1977). *Quantenmechanik für Lehrer und Studenten*. Hannover: Schrödel.
- de Broglie, L. (1924). *Recherches sur la théorie des Quanta*. Paris: Université.
- Bungum, M. et al. (2015). ReleQuant – Improving teaching and learning in quantum physics through educational design research. *NorDiNa Nordic Studies in Science Education*, 112, 153-168.
- Einstein, A. (1905). Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichts betreffenden heuristischen Gesichtspunkt. *Annalen der Physik*, 17, 132-148.
- Einstein, A. (1909). *Über die Entwicklung unserer Anschauungen über das Wesen und die Konstitution der Strahlung*. *Physikalische Zeitschrift*, 10, 817–825.
- Feynman, R. P. (1947). In P. Galison, Feynman's War: Modelling Weapons, *Modelling Nature*. *Stud. Hist. Phil. Mod. Physics*, 29 3, 391.
- Feynman, R. P. (1964). *The Character of Physical Law*. – *The 1964 Messenger Lectures*. Cambridge (MA): MIT Press. Video: <https://twitter.com/bbcarchive/status/1025372232892198912>
- Fickler, R. (2023). Strukturierte Photonen. *Physik Journal*, 22, 29-34.
- Haroche, S. & Raimond, J. M. (2006): *Exploring the Quantum*. Oxford: University Press.
- Hoehn, J. & Finkelstein, N. (2018). Students' flexible use of ontologies and the value of tentative reasoning: Examples of conceptual understanding in three canonical topics of quantum mechanics. *Phys. Rev. Phys. Ed. Research*, 14, 010122.
- Kattmann, U., Duit, R., Gropengiesser, H. & Komorek, M. (1997). Das Modell der Didaktischen Rekonstruktion – Ein Rahmen für naturwissenschaftsdidaktische Forschung und Entwicklung. *Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften*, 3, 3, 3-18.
- Krijtenburg-Lewerissa, K. et al. (2017). Insights into teaching quantum mechanics in secondary and lower undergraduate education. *Physical Review Physics Education Research*, 13, 010109.
- Kiefer, C. (2015) (Hrsg.). *Albert Einstein – Boris Podolsky – Nathan Rosen. Kann die quantenmechanische Beschreibung der physikalischen Realität als vollständig betrachtet werden?* Berlin: Springer.
- Lichtfeldt, M. (1992). *Schülervorstellungen in der Quantenphysik und ihre möglichen Veränderungen durch Unterricht*. Essen: Westarp.
- von Meyenn, K. (2011). *Eine Entdeckung von ganz ausserordentlicher Tragweite – Schrödingers Briefwechsel zum Katzenparadoxon*. Heidelberg: Springer.
- Müller, R. & Schecker, H. (2018). Schülervorstellungen zur Quanten- und Atomphysik. In H. Schecker et al. (Hrsg.) *Schülervorstellungen und Physikunterricht* (S. 209-224). Berlin: Springer.
- Stadermann, H. & Goedhart, M. (2020). Secondary school students' views of nature of science in quantum physics. *Int. J. of Sci. Education*, 42 (6), 997-1016.
- Straumann, N. (2013). *Quantenmechanik – Ein Grundkurs über nichtrelativistische Quantentheorie*. Berlin: Springer.
- Yoon, T. H. & Cho, M. (2021). Quantitative complementarity of wave-particle duality. *Science Advances*, 7, eabi9268.

W-T-Dualität = heuristisches Prinzip ≠ «Axiom»




Modul 1
Licht
 $E = hf$



Modul 2
Elektron
 $\lambda_{dB} = h/p$



Modul 3
Quantenwelt

Strahlungsart/Quelle	Handy	IR/Radar	sichtbar. Licht	Röntgen	Gamma
Wellenlänge λ	50 cm	500 μm	500 nm	5 nm	500 fm
Größenvergleich		Haar	 Sehhaut		Atomkern
Frequenz f	60 GHz	600 GHz	600 THz	60 EHz	600 EHz
Quanten-Energie E	2 meV	2 meV	2 eV	2 keV	2 MeV

TEILCHENASPEKT DOMINIERT

Wellenlänge λ_{dB}	10 μm	1 μm	100 nm	10 nm	1 nm	100 pm	
Größenvergleich	Haar	Zelle	Virus	Molekül	Atom		
Elektronen-Energie E	10 neV	1 μeV	100 μeV	10 meV	1 eV	100 eV	
Umgebung	XX Lab.	X Lab.	Labor	Leben	Stern		
Temp. Wärmeenerg.	100 μK	3 mK	1 K	300 K	10000K	3 MK	

TEILCHENPHYSIK
 \Leftrightarrow
Relativität spielt eine Rolle.

W-T-Dualität \Leftrightarrow Nichtlokalität / Drehimpulsquantisierung? Spin?

W-T-Dualität \Leftrightarrow Verschränkung / Ununterscheidbarkeit?

Zur Dualität und zum Dualismus

Einstein, 1905 und 1909 / L. de Broglie, 1923 / M. Born, 1926

W. Heisenberg, 1927: «Über den anschaulichen Inhalt der QM» → UBR → *zwei Bilder*

M. Born, 1936: «The Restless Universe»: *Waves and Particles* → Sek II-Lehrgang



→ N. Bohr, 1928

→ **Dualität**

A. Landé, 1966: «Quantum Theory without **Dualism**»

Born & Biehm, 1968: ... *discussion 'dualism or nondualism' is superfluous*

Dualität = heuristischer Gesichtspunkt (empirisch hilfreich) ≠ «grundlegendes **Prinzip**» → **Dualismus**

R. Feynman, 1963: «Lectures», Vol. III, Chapter 2: *The Relation of Wave and Particle Viewpoints*

Brachner & Fichtner, 1977: «Quantenmechanik für Lehrer und Studenten.» *Eine Hauptschwierigkeit (...) liegt darin, dass man bisher meist dem **historischen Werdegang** zu folgen versuchte. (...) Es gibt keinen Dualismus und keine Komplementarität.*

→ F. Bader (1995): «Eine Quantenwelt **ohne Dualismus**» usw.

→ In d-Physikdidaktik verbreitetes Schweigen zur Dualität – In angelsächsischer PER *duality* selbstverständlich.

Gegenwart:

Straumann, 2013, S. 19 ff: Herleitung der zwei Summanden von Schwankungen

Yoon & Cho, 2021: «Quantitative **complementarity** of **wave-particle duality**»

Fricker, R., Feb. 2023: «Strukturierte Photonen» ... *zusätzlich zum fundamentalen **Welle-Teilchen-Dualismus** ...*

FACETTEN:

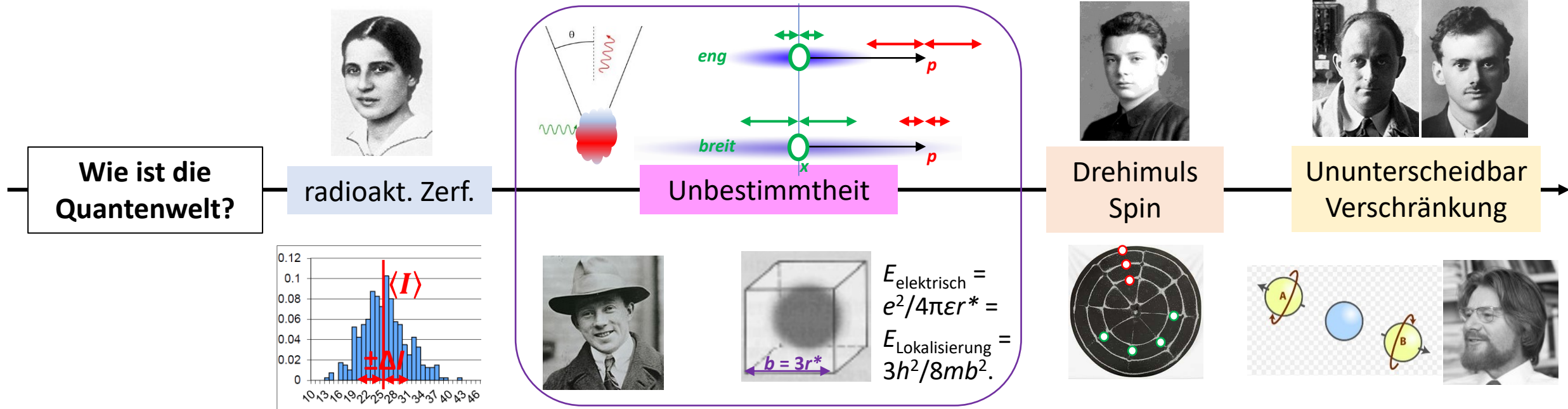
Nicht dem «**historischen Werdegang**» folgend. Historisches gezielt nutzen, um **Verständnisschwierigkeiten** zu **erkennen** und zu **überwinden** und um **Bezugspunkte zu NOS** einzubauen.

MODUL 3: WIE IST DIE QUANTENWELT? – Schwankend!

Nicht erprobt.

Konzeptwechsel:

Bestimmte Werte $a \rightarrow$ Erwartungswerte $\langle a \rangle$ mit Schwankungen Δa .



Heisenberg, 1924:

grosses Quantenei \rightarrow

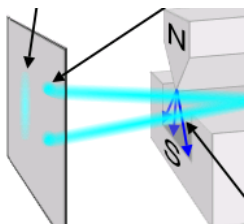
Matrizenmechanik

Heisenberg, 1927/29:

$\Delta x \cdot \Delta p \geq h/4\pi \rightarrow$ Lokalisierungsenergie, Atomgrösse

$$\langle x_1 \rangle = \int \psi_1 \cdot x \cdot \psi_1 dx = \langle 1|x|1 \rangle$$

Korrelationen



$C[\varphi_A(r_{1A})\varphi_B(r_{2B}) + \varphi_A(r_{2A})\varphi_B(r_{1B})]$.
 Wahrscheinlichkeitsverteilung (Borns Regel) wichtig:
 $|\langle 2 \rangle|^2 = \{ C[\varphi_A(r_{1A})\varphi_B(r_{2B}) + \varphi_A(r_{2A})\varphi_B(r_{1B})] \}^2$
 er Orte der Elektronen kann der gewichtete Erwartungswert
 werden. Das führt unter anderem zum Teil-Integral A:
 $\int \varphi_A(r_{1A})\varphi_B(r_{1B}) \frac{1}{4\pi\epsilon} \left[\frac{e^2}{R^2} + \frac{e^2}{r_{12}^2} - \frac{e^2}{r_{2A}^2} - \frac{e^2}{r_{1B}^2} \right] \varphi_A(r_{2A})\varphi_B(r_{2B})$
 der Koordinaten der beiden Elektronen ist für grosse Wert
 it mehr überlappen. Für $R = 0$ divergiert das Integral. Doch für

